MATEMÁTICA 2 – VOLUME 1
RESOLUÇÕES

AULA 1
EXERCITANDO EM SALA

01. A
Entre os estágios 1 e 3, em qualquer instante, o segmento de reta MO corresponde à mediana do triângulo retângulo cuja hipotenusa tem comprimento igual ao comprimento da viga. Desse modo, como a mediana mede metade da hipotenusa, e esta é constante, segue que a resposta é o gráfico da alternativa [A].

02. B
De acordo com o gráfico, é imediato que a velocidade máxima foi superada apenas duas vezes. Logo, o motorista foi alertado 2 vezes.

03. D
Tem-se que $I \geq 65$ para $t_1 \leq t \leq t_2$, $t_4 \leq t \leq t_5$ e $t_6 \leq t \leq t_7$. Logo, foi necessário colocar a proteção 3 vezes.

04. E
O plano de menor custo mensal é o que permite falar o mesmo tempo pelo menor preço. Logo, para a esposa, o plano C é o melhor, e, para o marido, o plano B é o mais indicado.

EXERCITANDO EM CASA

01. E
A cada 24 horas têm-se 2 pontos de interseção dos gráficos, conforme as condições estabelecidas. Portanto, em uma semana, o valor do parâmetro será igual a 2 . 7 = 14.

02. D
Basta observar os intervalos em que o gráfico da função Q está abaixo do gráfico da função P. Logo, a resposta é de 0 a 20 e de 100 a 160.

03. B
Quando o valor da ação ultrapassa pela primeira vez V_i, o investidor vende $\frac{x}{2}$ ações, ficando com $\frac{x}{2}$. No momento seguinte, quando o valor da ação fica abaixo de V_m, ele compra $\frac{x}{2}$, ficando com x. A seguir, ultrapassando o valor V_i, ele vende $\frac{x}{2}$, ficando com $\frac{x}{2}$. Por último, o valor da ação ultrapassa V_o, e o investidor se desfaz de todas as ações que restavam, não efetuando nenhuma outra operação no dia.
Portanto, a resposta é 4.

04. C
Analisando o gráfico, percebe-se que a velocidade atinge valor igual a zero entre os minutos 6 e 8, portanto o carro permaneceu imóvel por 2 minutos.

05. D
A taxa de crescimento da altura no tronco de cone inferior aumenta com o tempo. Já no tronco de cone superior, a mesma taxa diminui com o tempo. Por outro lado, no cilindro, a taxa é constante. Assim, o gráfico que expressa a altura da água na escultura em função do tempo decorrido é o da alternativa D.

06. D
De acordo com o gráfico, segue que o resultado pedido é 2 . 1,7 + 3 . 2,65 + 4 = R$ 15,35.

07. D
O reservatório 1 se encherá de água numa vazão constante até atingir o nível do cano de ligação. A partir daí, terá seu nível estabilizado até que o reservatório 2 atinja o mesmo nível e, após isso, se encherá a uma vazão constante, porém menor que a inicial. O gráfico que melhor exemplifica essa situação é o apresentado na alternativa [D].

08. A
Redesenhando o gráfico B de acordo com os volumes da coluna da esquerda, percebe-se que ambos têm a exata mesma quantidade de água no mesmo instante apenas entre 8h e 9h.

09. D
Lembrando que o gráfico de uma função exponencial simples crescente possui concavidade voltada para cima, podemos concluir que o único gráfico que apresenta as características descritas é o da alternativa [D].

10. D
É fácil ver que, em determinado momento, 2 horas após a sessão de treinamento, a liberação de GH em todas as intensidades é a mesma. Logo, apenas nas medições feitas logo após e 1 hora após a sessão de treinamento, a liberação de GH na corrente sanguínea em uma sessão de intensidade máxima foi maior do que a liberação de GH ocorrida nas demais intensidades.

AULA 2
EXERCITANDO EM SALA

01. A
O plano A custará ao todo
$6 \cdot 500 + 4 \cdot 650 = \text{R\$ } 5.600{,}00,$

enquanto que o plano B custará ao todo
$6 \cdot 200 + 6 \cdot 650 = \text{R\$ } 5.100{,}00.$

Portanto, a decisão foi boa para o fabricante, pois o plano B custará ao todo 5600 – 5100 = R$ 500,00 a menos do que o plano A custaria.

02. D

Considerando que N(t) é a quantidade de praticantes no mês t, com t = 0 em janeiro de 2019, e observando a tabela temos um aumento de 35 praticantes a cada mês. Portanto, em outubro de 2020 o número de praticantes será dado por:

P(out2020) = P(jan2019) + 7.35 = 320.

03. D

De acordo com os dados, podemos elaborar a seguinte tabela:

x	h(x)
0 (2010)	20,7
6 (2016)	17,7

Determinando a lei de formação h(x), temos:

$$h(x) = a \cdot x + b \left| \begin{array}{l} a = \dfrac{17{,}7 - 20{,}7}{6 - 0} = -0{,}5 \\ b = 20{,}7 \end{array} \right.$$

Logo,

$h(x) = -0{,}5 \cdot x + 20{,}7$

04. E

A taxa de variação do volume de água presente na caixa-d'água é dada por

$\dfrac{0{,}85 - 1}{13 - 7} = -0{,}025.$

Logo, se $p(t) = 1 - 0{,}025 \cdot t$ é a porcentagem do volume inicial de água, presente na caixa-d'água, após t horas, segue que o dispositivo interromperá o funcionamento do sistema após um tempo t dado por $0{,}05 = 1 - 0{,}025 \cdot t \Leftrightarrow t = 38\text{ h}.$

Portanto, como o sistema foi acionado às 7h da manhã de segunda-feira, a interrupção se dará às 21 h de terça-feira.

EXERCITANDO EM CASA

01. C

O gasto do consumidor X, no plano A, seria de $29{,}9 + 40 \cdot 0{,}4 = \text{R\$ } 45{,}90.$ Logo, ele deve optar pelo plano B.

O gasto do consumidor Y, no plano B, seria de $34{,}9 + 200 \cdot 0{,}1 = \text{R\$ } 54{,}90$ e, portanto, esta deve ser sua escolha.

O gasto do consumidor Z, no plano B, seria de $34{,}9 + 640 \cdot 0{,}1 = \text{R\$ } 98{,}90$ e, no plano C, seria de $59{,}9 + 390 \cdot 0{,}1 = \text{R\$ } 98{,}90.$ Por conseguinte, sua escolha deve recair no plano D.

02. D

Valor cobrado pelo estacionamento A para t horas.

$y_A(t) = 5 + (t - 1) \cdot 3 \Rightarrow y_A(t) = 3t + 2$

Valor cobrado pelo estacionamento B para t horas.

$y_B(t) = 4 \cdot t$

Valor cobrado pelo estacionamento C para t horas.

$y_C(t) = 6 + (t - 1) \cdot 2 \Rightarrow y_C(t) = 2t + 4$

Como $y_A(2) = y_B(2) = y_C(2) = 8$

Logo, todos cobrarão o mesmo valor, desde que o automóvel fique estacionado por duas horas.

03. C

Admitido um crescimento constante, temos uma função de primeiro grau dada por:

$y = ax + b,$ onde a = 4300 (taxa constante) e $b = 880.605 - 2 \cdot 4300 = 872005.$

Logo, y = 4300x + 872005.

04. A

Para obter o custo de cada camiseta, basta aplicar o valor x = 50 na função y(x).

$y(x) = -0{,}4x + 60$

$y(50) = -0{,}4 \cdot (50) + 60$

$y(50) = -20 + 60 = 40$

Portanto, R$ 40,00 cada camiseta.

05. B

Do enunciado, temos:

$C + K = 317$

$C + C + 273 = 317$

$2C = 44$

$C = 22$

Então,

$F = \dfrac{9}{5} \cdot 22 + 32$

$F = 71{,}6$

$71 < 71{,}6 \leq 72$

06. C

Veja que a desvalorização anual do carro é $\dfrac{90.000 - 55.000}{5} = 7.000$ por ano.

Daí o valor do carro após 2 anos será 90.000 – 2 x 7.000 = 76.000 reais.

07. C

Calculando o custo total:

$2.000 + (25 \cdot 60) = 2.000 + 1.500 = \text{R\$ } 3.500{,}00.$

08. D

Chamemos de **e** o resultado procurado. Sabendo que a temperatura de solidificação da água na escala Celsius é igual a 0 ºC, vem:

$\dfrac{e - 0}{0 - 80} = \dfrac{0 - 16}{16 - 41} \Leftrightarrow e \cong -51\,°E.$

09. B

Uma equação que nos dá a porcentagem P da bateria em função do tempo t (em minutos) será dada por: $P = \frac{50}{100} - \frac{t}{300}$, pois a bateria consome 1% da carga a cada 3 minutos.

Portanto, $0 = \frac{50}{100} - \frac{t}{300} \Rightarrow t = 150\text{min} \Rightarrow t = 2{,}5\text{h}.$

10. E

Sejam C(x), R(x) e L(x) o custo, a receita e o lucro, respectivamente, na produção e venda de x camisetas.
Inicialmente tínhamos:
C(x) = 8000 + 12x
C(2000) = 8000 + 12.2000
C(2000) = 32000

R(x) = 25x
R(2000) = 25.2000 = 50000

Lucro de R$ 18.000,00

Após a redução do preço temos:
L(x) = R(x) – C(x)
L(x) = 20x – 12x – 8000
L(x) = 8x – 8000

Daí, para que tenha o mesmo lucro o número de unidades de camisetas produzidas e vendidas deve ser
8x – 8000 = 18000
8x = 26000
x = 3250.

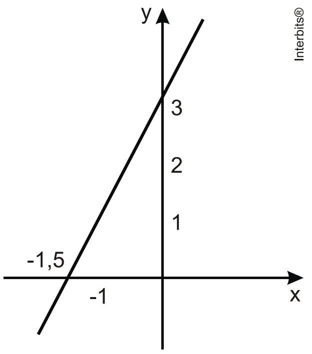
Como a produção e venda inicialmente era de 2000 camisetas, então deve haver um aumento de $\frac{3250 - 2000}{2000} = 62{,}5\%.$

AULA 3
EXERCITANDO EM SALA

01. A

$x = 0 \Rightarrow y = 3$
e $y = 0 \Rightarrow x = -1{,}5$

Considerando os pontos (0,3) e (–1,5; 0), temos o gráfico:



02. D

Sendo –1000 o valor inicial e $\frac{3000-0}{20-5} = 200$ a taxa de variação da função L, podemos concluir que $L(t) = 200t - 1000.$

03. A

A função é do tipo y = ax + b.
Cálculo do valor de a: $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{27-22}{2018-2016} = 2{,}5$
Cálculo do valor de b:
$22 = 2{,}5 \cdot 2016 + b \Rightarrow b = -5018$
Daí temos a função y = 2,5x – 5018.

04. B

Sendo 2014 o ponto médio do intervalo $[2013, 2015]$, e sabendo que a cobertura da campanha variou de forma linear, podemos concluir que a resposta é
$\frac{67\% + 59\%}{2} = 63\%.$

EXERCITANDO EM CASA

01. C

Sabendo que a venda diária total nas bilheterias é constante e igual a 2 milhões de ingressos, tem-se que v é uma função linear do tempo t, isto é, $v: \{x \in \mathbb{N} \mid x \le 10\} \to \mathbb{N}$, com $v(t) = 2t.$
Portanto, o gráfico que melhor descreve v para os dez primeiros dias é o da alternativa [C].

02. C

Podemos concluir que se trata de uma função afim pois os pontos marcados na construção do gráfico estão alinhados.
Perceba que a taxa de variação de y em relação a x é igual a $\boxed{a = \frac{6}{3} = 2}$. Portanto a cada 1 segundo de variação no tempo temos uma variação de 2m/s na velocidade. Dessa forma, no tempo t = 0 a velocidade foi 1m/s (esse é o valor de b na função).
Daí a função é V(t) = 1 + 2t.

03. B

A equação que descreve a relação entre a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é dada por
$\frac{x}{500} + \frac{y}{50} = 1 \Leftrightarrow y = -\frac{x}{10} + 50.$

04. A

Seja $p: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ a função dada por $p(t) = at + b$, em que p(t) é a porcentagem relativa à capacidade máxima do reservatório após t meses. Logo, tomando os pontos (6, 10) e (1, 30), segue que a taxa de variação é dada por
$a = \frac{10-30}{6-1} = -4.$
Em consequência, vem:
$p(1) = 30 \Leftrightarrow -4 \cdot 1 + b = 30 \Leftrightarrow b = 34.$

Portanto, temos: $-4t + 34 = 0$, implicando em $t = 8{,}5.$
A resposta é 8,5 – 6 = 2,5 meses, ou seja, 2 meses e meio.

05. B

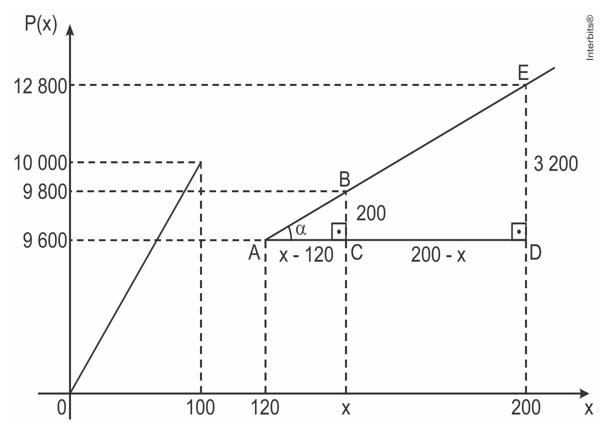
Após 8 anos, os valores dos bens estarão reduzidos a $100 - 80 = 20\%$ dos seus valores iniciais. Portanto, a resposta é $0{,}2 \cdot (1200 - 900) = 60$.

06. B

A taxa de variação do nível da bateria é igual a $\dfrac{40-100}{16-10} = -10$. Desse modo, o nível da bateria atinge 10% após $\dfrac{90}{10} = 9$ horas de uso, ou seja, às 19 h.

07. E

Do enunciado e do gráfico, temos:



Os triângulos ABC e AED são semelhantes, pois $B\hat{C}A = E\hat{D}A = 90°$ e α é ângulo comum dos triângulos ABC e AED.

Então,

$$\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED}$$

$$\frac{x-120}{80} = \frac{200}{3200}$$

$$\frac{x-120}{80} = \frac{1}{16} \Rightarrow x - 120 = 5 \Rightarrow x = 125$$

Nas condições apresentadas, o maior número de peças que se pode comprar com R$ 9.800,00 é 125.

08. D

Tem-se que $y = \dfrac{8}{2}t = 4t$ e $x = \dfrac{60}{3}t = 20t$. Logo, se y = 10 milhares de reais, então

$$10 = 4t \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}\text{ h.}$$

Portanto, segue que

$$x = 20 \cdot \frac{5}{2} = 50.$$

A resposta é 50000 peças.

09. E

Tem-se que $y = \dfrac{2}{4}x$, isto é, $y = \dfrac{1}{2}x$. Portanto, para $x = 2.350$, vem $y = \dfrac{1}{2} \cdot 2.350 = \text{R\$ } 1.175{,}00$.

10. D

Observe que cada 2 anos o valor do sítio aumenta R$ 40.000,00. Dessa forma, em 10 anos o valor do sítio aumentará R$ 200.000,00.

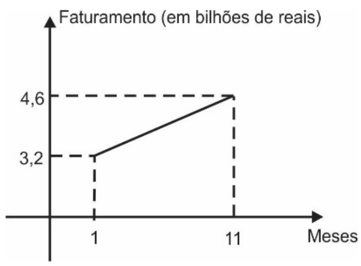
Daí o valor do sítio no décimo ano após a sua compra será R$ 400.000,00.

AULA 4
EXERCITANDO EM SALA

01. C

Observe que o gráfico representa uma função afim. Isso nos permite usar proporcionalidade. Então veja no gráfico que em 60 minutos (do instante 30 até o instante 90) o volume de água aumentou 600 litros (de 1200 a 1800). Dessa forma em 30 minutos o volume aumenta 300 litros. Daí o volume no tempo t = 0 é 900 litros.

02. E



A função é do tipo y = ax + b.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4{,}6 - 3{,}2}{11 - 1} = \frac{1{,}4}{10} = 0{,}14$$

Substituindo em y = ax + b temos:

$$3{,}2 = 0{,}14.1 + b \quad \Rightarrow b = 3{,}06$$

Daí a função é F = 0,14x + 3,06

03. E

Calculando:

$$y = ax + b$$

$P_1(1, 1)$ e $P_2(3, 2)$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-1}{3-1} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{x}{2} + b \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} + b \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

Assim:

$$y = \frac{1}{2}(x+1)$$

6° mês $\Rightarrow y = -0{,}21$

$$y = \frac{1}{2}(6+1) = \frac{7}{2} = 3{,}5 \Rightarrow 3{,}5 - 0{,}21 = 3{,}29\text{ kg}$$

04. B

Calculando:

Concreto:

$$m = \frac{35-25}{0-6} = \frac{-5}{3}$$

$$y = \frac{-5}{3}x + 35$$

Asfalto:

$$m = \frac{16-10}{6-0} = 1$$

$$y = x + 10$$

$$x + 10 = \frac{-5}{3}x + 35 \rightarrow x + \frac{5}{3}x = 35 - 10 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{8}{3}x = 25 \rightarrow x = 9{,}375 \text{ anos}$$

EXERCITANDO EM CASA

01. B

As taxas de desvalorização anual dos veículos I, II, III e IV foram, respectivamente, iguais a

$$\frac{25-75}{5-0} = -10$$

$$\frac{10-60}{4-0} = -12{,}5$$

$$\frac{14-50}{6} = -6$$

$$\frac{16-36}{4} = -5.$$

Portanto, segue que o veículo que mais desvalorizou por ano foi o II.

02. A

Verifique que em 10 anos o valor mensal do salário mínimo aumentou (998 – 465) R$ 533,00. Logo o aumento foi de R$ 53,30 por ano. Se em 2019 o valor é de R$ 998,00 então após 3 anos, em 2022, o valor será de (998 + 3 x 53,30) R$ 1 157,90.

03. D

Analisando as alternativas:

[A] INCORRETA. A parte fixa cobrada pelo Sr. Luiz corresponde ao ponto onde a reta apresentada corta o eixo y (ou seja, quando a quantidade de fios é igual a zero). Para encontrar a equação da reta, faz-se:

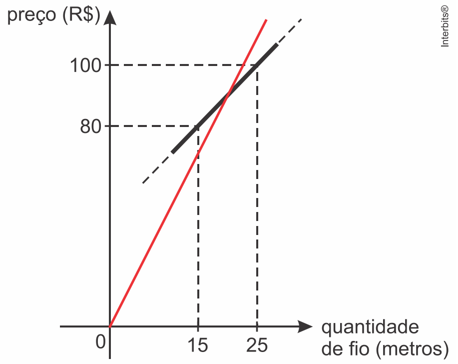
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) \rightarrow$$

$$\rightarrow y - 80 = \frac{100-80}{25-15}(x-15) \rightarrow y = 2x + 50$$

Assim, quando x = 0, y = 50. Logo, a parte fixa cobrada pelo Sr. Luiz equivale a R$ 50,00. A alternativa é incorreta.

[B] INCORRETA. Pela equação do gráfico que representa o orçamento do Sr. Luiz, percebe-se que ele cobra a parte fixa de R4 50,00 mais R$ 2,00 a cada metro de fio instalado (y = 2x + 50). Portanto, a alternativa é incorreta.

[C] INCORRETA. Se o Sr. José cobra R$ 4,50 por metro de fio utilizado, então a função de seu orçamento é uma reta que passa pela origem e cuja equação é y = 4,5x. Percebe-se, pela análise dos coeficientes angulares, que a reta que representa o valor cobrado pelo Sr. José começa na origem mas cresce mais rápido que a reta que representa o valor cobrado pelo Sr. Luiz. Assim, até as duas retas se encontrarem, será vantajoso contratar os serviços do Sr. José. Após isso, será mais vantajoso contratar os serviços do Sr. Luiz. Na figura a seguir, a linha vermelha indica a função do orçamento do Sr. José. Portanto a alternativa é incorreta.



[D] CORRETA. Substituindo a quantidade de fios x = 20 nas duas equações, tem-se:

Sr. Luiz $\rightarrow y = 2x + 50 = 2 \cdot 20 + 50 = 90$

Sr. José $\rightarrow y = 4{,}5x = 4.5 \cdot 20 = 90$

Portanto, se forem gastos 20 metros de fio ambos os orçamentos resultarão em R$ 90,00. A alternativa é correta.

04. B

Seja $g: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ a função dada por $g(x) = ax + b$, em que g(x) é o gasto de água por minuto para x voltas da torneira. Logo, a taxa de variação da função g é

$$a = \frac{0{,}03 - 0{,}02}{1 - \frac{1}{2}} = 0{,}02.$$

Desse modo, temos

$$0{,}03 = 0{,}02 \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = 0{,}01.$$

Para um gasto de $0{,}034\ m^3$ por minuto, segue que

$$\begin{aligned} 0{,}034 = 0{,}02 \cdot x + 0{,}01 &\Leftrightarrow 0{,}02 \cdot x = 0{,}024 \\ &\Leftrightarrow x = 1{,}2 \\ &\Leftrightarrow x = 1 + 0{,}2 \\ &\Leftrightarrow x = 1 + \frac{1}{5}. \end{aligned}$$

A resposta é $\frac{1}{5}$ de volta.

05. C

$R(1) = -1 \Rightarrow a + b = -1$

$R(2) = 1 \Rightarrow 2a + b = 1$

Resolvendo o sistema $\begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$ temos, a = 2 e b = -3 e R(t) = 2t – 3;

Em quatro meses temos, $R(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 5.$
Resposta: R$ 5.000,00.

06. A
Pelo gráfico pode-se concluir que o salário inicial fixo do vendedor é de R$ 800 e que se este vender R$ 20.000 em produtos, receberá um aumento de R$ 400 no salário. Logo, pode-se concluir que sua comissão é de 2% sobre o valor das vendas $(400 \div 20.000 = 0{,}02 = 2\%)$.

07. B
Calculando:

$$\text{crescimento anual} = \frac{48-27}{2011-2007} = \frac{21}{4} = 5{,}25\% \text{ ao ano}$$

$$P_{2013} = 48\% + (5{,}25\% \cdot (2013-2011)) \Rightarrow P_{2013} = 58{,}5\%$$

08. A
Calculando:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = 50 \Rightarrow b = 50$$

$$a = \frac{55-50}{10-0} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{x}{2} + 50$$

$$f(3) = \frac{3}{2} + 50 = 51{,}5$$

$$f(9) = \frac{9}{2} + 50 = 54{,}5$$

$$S = \frac{(51{,}5 + 54{,}5) \cdot (9-6)}{2} \Rightarrow S = 318$$

09. A
Observando que o crescimento entre as rotações por minuto e o consumo de combustível é linear, pois ao aumentar as rotações, aumenta o consumo de combustível. Dessa maneira, podemos modelar esta expressão utilizando-se da equação da reta: $(y - y_0) = m \cdot (x - x_0)$

Dessa maneira, utilizando-se de qualquer dois pontos, podemos expressar a função do combustível em relação as rotações por minuto denotada por $Q(R) : (Q - Q_0) = m \cdot (R - R_0)$

Utilizando-se dos dois primeiros parâmetros, temos:

$$(Q - Q_0) = m \cdot (R - R_0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (Q - 30) = \frac{(35-30)}{(3000-1000)} \cdot (R - 2000) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 200 \cdot Q - 6000 = R - 2000 \Rightarrow Q = \frac{1}{200} R + 20$$

10. D
Calculando:

$$A(x) = a^2 - \left(2 \cdot \frac{a \cdot (a-x)}{2}\right) = a^2 - a^2 + ax \rightarrow A(x) = ax$$

O único gráfico que apresenta uma função linear é o mostrado na alternativa [D].

AULA 5
EXERCITANDO EM SALA

01. A
Se o pai morreu com x anos, então a idade do primeiro filho no dia da morte do pai era $x - \frac{x}{6} = \frac{5x}{6}$, enquanto que a do segundo era $x - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$.

Portanto, sendo 240 anos a soma das idades dos três quando o pai morreu, temos $x + \frac{5x}{6} + \frac{2x}{3} = 240.$

02. B
Calculando:

$$\text{Quilômetros a percorrer} = 6n$$

$$31/12/2018 - 2 \text{ dias} = 29/12/2018$$

$$6n = 7 \cdot (n-4) \Rightarrow 6n = 7n - 28 \Rightarrow n = 28$$

$$29/12/2018 - 28 \text{ dias} = 02/12/2018$$

03. D
Admitindo que y seja o valor da herança da Avó de Eliza, podemos escrever que:

$$(0{,}277...) \cdot y + 1200 + \frac{7}{18} y = y$$

$$\frac{27-2}{90} \cdot y + 1200 + \frac{7}{18} y = y$$

$$\frac{12y}{18} - y = -1200$$

$$-\frac{1}{3} y = -1200$$

$$y = 3600$$

Elisa recebeu da herança de sua avó: $\frac{5}{18} \cdot 3600 = 1000$

Podemos, então, escrever que:

$$0{,}7x + 1000 + 200 = x \Rightarrow x = 4000$$

Sabemos que $4000 = 2^5 \cdot 5^3$.
Portanto, seu número de divisores naturais será dado por: $d = (5+1) \cdot (3+1) = 24$

04. D
Admitindo que p seja o peso de um litro da substância Z, temos a seguinte equação:

$$2p = 2 + \frac{p}{2} \Rightarrow 4p = 4 + p \Rightarrow 3p = 4 \Rightarrow p = \frac{4}{3} \text{ kg.}$$

Logo, a massa de um litro e meio será dada por:

$$1{,}5 \cdot \frac{4}{3} = 2 \text{ kg}$$

EXERCITANDO EM CASA

01. D

Considerando que na caixa havia x bombons, temos a seguinte equação:

$$1+\frac{x-1}{3}+1+5=x \Rightarrow \frac{x-1}{3}=x-7 \Rightarrow x-1=3x-21 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2x=20 \Rightarrow x=10$$

02. B

Dos 30 funcionários, x são garçons e (30 – x) ocupam outros cargos.
Daí,

$$\frac{180}{x}=15$$
$$x=12$$

Logo, há 12 garçons e 18 pessoas ocupando outros cargos.
Então, o valor recebido por cada um dos demais funcionários foi $\frac{180}{18}=10$ reais.

03. D

Admitindo que a idade do filho é x anos, temos que a idade do pai é 12x.
Logo:

$$12x+x=52 \Rightarrow 13x=52 \Rightarrow x=4$$

Portanto, a diferença entre as idades será:

$$12x-x=11x=11\cdot 4=44.$$

04. E

Seja x o total de biscoitos.
Do enunciado, temos:

Primeiro a pegar, pegou $\frac{x}{2}$

Segundo a pegar, pegou $\frac{1}{2}\cdot\left(x-\frac{x}{2}\right)=\frac{x}{4}$

Terceiro a pegar, pegou $\frac{1}{2}\cdot\left(x-\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{4}\right)\right)=6$

Daí,

$$x-\frac{3x}{4}=12$$
$$x=48$$

Se tivessem seguido a regra da Dona Joana, teríamos a seguinte distribuição:

Primeiro a pegar, pegaria $\frac{48}{2}=24$

Segundo a pegar, pegaria $\frac{1}{3}\cdot(48-24)=8$

Terceiro a pegar, pegaria $\frac{1}{4}\cdot(48-(24+8))=4$

Assim, o último a acordar pegaria menos biscoitos do que pegou.

05. B

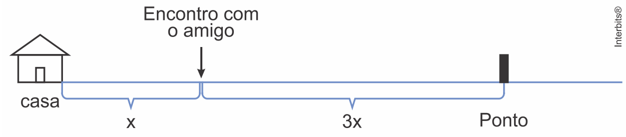
Seja v o valor inicial das parcelas. Tem-se que
$v\cdot N=(v-200)\cdot(N+5)=(v+232)\cdot(N-4)$.

Donde vem o sistema

$$\begin{cases} v-40N=200 \\ -v+58N=232 \end{cases}.$$

Resolvendo, encontramos N = 24.

06. E



$$3x+x=420 \Rightarrow 4x=420 \Rightarrow x=105\text{ m}$$

Portanto, a distância que ainda falta para chegar até o ponto é:
$d=3\cdot 105=315\text{ m}$

07. E

Custo:

$$\frac{2}{3}\cdot 18+\frac{1}{3}\cdot 14{,}70=16{,}90$$
$$16{,}90=\frac{2}{3}\cdot x+\frac{1}{3}\cdot 15{,}30 \Rightarrow \frac{2}{3}\cdot x=11{,}80 \Rightarrow \boxed{x=17{,}70}.$$

Redução de R$ 0,30.

08. B

Do enunciado, temos:
Quantia que Heloísa possuía: x
Quantia que Gabriela possuía: $\frac{21}{25}x$

No dia das crianças:
Quantia que Heloísa passou a ter: x + 20
Quantia que Gabriela passou a ter: $\frac{21}{25}x+20$

Daí,

$$\frac{21}{25}x+20=\frac{22}{25}\cdot(x+20)$$
$$\frac{21x+20\cdot 25}{25}=\frac{22}{25}\cdot(x+20)$$
$$21x+20\cdot 25=22x+22\cdot 20$$
$$20\cdot 25-22\cdot 20=22x-21x$$
$$20\cdot(25-22)=x$$
$$x=60$$

Assim, antes do dia das crianças, Heloísa possuía R\$ 60,00 e Gabriela possuía R\$ 50,40, logo, a diferença entre tais quantias era R\$ 9,60.

09. A

Equacionando esta situação temos:

$$4x-y=60$$

Logo, sabe-se que ele acertou mais que 15 questões, pois $4\times 15=60$ e assim, buscando os valores possíveis, chega-se no valor de 17 questões pois:
$(4\times 17)-y=60 \Rightarrow y=8$ respostas erradas.

10. D

Sejam ℓ e $\frac{g}{3}$, respectivamente, o número de latinhas e o número de garrafas de vidro entregues pelo primeiro grupo. Temos $\frac{\ell}{5}+\frac{g}{9}=10$ e $\frac{\ell}{5}+\frac{g}{3}=20$, implicando em $\ell=25$ e g = 45.

A resposta é 45 e 25.

AULA 6
EXERCITANDO EM SALA

01. C

Sendo $15\text{ m}=1500\text{cm}$ e $90\text{ m}=9000\text{cm}$, temos

$$\frac{1}{X}\cdot 9000>4 \Leftrightarrow X<2250.$$

e

$$\frac{1}{2}<1500\cdot\frac{1}{X}<1 \Leftrightarrow 1500<X<3000.$$

Portanto, das duas condições, segue que $1500<X<2250.$

02. C

Se f é a frequência cardíaca ideal, em bpm, ntão
$0,6\cdot(220-40)\le f\le 0,75\cdot(220-40) \Leftrightarrow 108\le f\le 135.$

03. A

Se x é o valor da hora de trabalho do técnico B, então devemos ter
$3x+12>4\cdot 17+40 \Leftrightarrow x>\text{R\$ }32,00.$

Portanto, o valor da hora de trabalho do técnico B deve ser, no mínimo, superior a R$ 32,00.

04. B

Calculando as quantidades dos componentes, em 300 mg, encontramos 78 mg de P, 45 mg de Q, 30 mg de R, 102 mg de S e 45 mg de T. Desse modo, com a modificação na composição, temos
$78+45+R'+0,95\cdot 102+T'=300 \Leftrightarrow T'=80,1-R'.$

Ademais, sabendo que $0<T'<45\text{mg}$ e $R'>30\text{mg}$, vem
$0<80,1-R'<45 \Leftrightarrow 35,1\text{mg}<R'<80,1\text{mg}.$

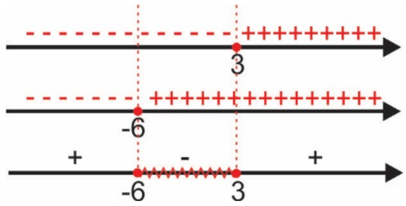
Por outro lado, devemos ter

$$\begin{aligned}\frac{R'}{Q'+T'}\le 2\cdot\frac{R}{Q+T} &\Leftrightarrow \frac{R'}{45+80,1-R'}\le 2\cdot\frac{30}{45+45}\\ &\Leftrightarrow \frac{R'}{125,1-R'}-\frac{2}{3}\le 0\\ &\Leftrightarrow \frac{R'-50,04}{R'-125,1}\ge 0\\ &\Leftrightarrow R'\le 50,04 \text{ ou } R'>125,1.\end{aligned}$$

Em consequência, segue que 35,1 mg < R’ ≤ 50,04 mg e, portanto, a quantidade percentual máxima de R que poderá ser utilizada, de modo que os efeitos colaterais não excedam o dobro dos efeitos colaterais da composição inicial do medicamento, é $\frac{50,04}{300}\cdot 100\% \cong 17\%.$

EXERCITANDO EM CASA

01. C



Portanto as soluções inteiras são -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1 e 2. 8 no total.

02. C

Seja x o número de usuários.
6x + 3.(80 – x) > 320
6x + 240 – 3x > 320
3x > 80
x > 26,666...
Daí o número mínimo de horas é 27.

03. E

Seja n o número de empregados reabilitados ou com deficiência, habilitados, que será contratado. Logo, deve-se ter:
$n+10\ge 0,05\cdot(n+1.200) \Leftrightarrow 0,95\cdot n\ge 50 \Leftrightarrow n\ge 52,6.$
Portanto, a resposta é 53.

04. A

Seja v o valor cobrado por dia no estacionamento. Para que o usuário prefira deixar seu carro no estacionamento por dois dias, deve-se ter:
$2v+10\le 80 \Leftrightarrow v\le \text{R\$ }35,00.$
Portanto, o valor deve ser no máximo R$ 35,00.

05. A

Seja p o percentual da população vacinada, e supondo que para os 2% em que a vacina é ineficaz ainda há 50% de probabilidade de infecção, temos:

$$\begin{aligned}0,02\cdot 0,5\cdot p+0,5\cdot(1-p)\le 0,059 &\Leftrightarrow 0,49p\ge 0,441\\ &\Leftrightarrow p\ge 0,9.\end{aligned}$$

Portanto, a proposta implementada foi a I.

06. E

Seja x o número de moedas de R$ 0,50.
24 < 0,5.x + 0,1.(60 – x) < 26
24 < 0,5.x + 6 – 0,1.x < 26
18 < 0,4.x < 20
45 < x < 50

Daí teremos 4 soluções quando x for igual a 46 ou 47 ou 48 ou 49.

07. C

Como as dimensões da caixa, em centímetros, são iguais a x, 16 − 2x e 20 − 2x, temos:

$V = x \cdot (16-2x)(20-2x) = 4x^3 - 72x^2 + 320x,$ em que V é o volume, em centímetros cúbicos, e 0 < x < 8.

Daí temos que:

$4x^3 - 72x^2 + 320x \geq 384 \Leftrightarrow x^3 - 18x^2 + 80x - 96 \geq 0.$

Logo, observando que x = 2 é raiz da equação $x^3 - 18x^2 + 80x - 96 = 0,$ e, sabendo de (a) que $0 < x < 8,$ vem:

$(x-2)(x^2 - 16x + 48) \geq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4)(x-12) \geq 0$

$\Rightarrow 2 \leq x \leq 4.$

08. E

Do enunciado, temos:

$\overline{C(x)} = \dfrac{C(x)}{x},$ onde $\overline{C(x)}$ é o custo médio.

Então:

$$\overline{C(x)} = \frac{10000 + ax}{x}$$

$$\overline{C(x)} = \frac{10000}{x} + \frac{ax}{x}$$

$$\overline{C(x)} = \frac{10000}{x} + a$$

Em janeiro, $\overline{C(1000)} = 60,$ logo:

$$60 = \frac{10000}{1000} + a$$

$$60 = 10 + a$$

$$a = 50$$

Em fevereiro, para que não haja prejuízo, devemos ter:

$$75x - (10000 + 50x) \geq 0$$

$$75x - 10000 - 50x \geq 0$$

$$25x \geq 10000$$

$$x \geq 400$$

$$x_{mínimo} = 400$$

09. A

Se pelo menos 120 alunos participarão da excursão, então $24x + 40y \geq 120.$ Ademais, como a despesa máxima com os ônibus não pode superar R\$ 4.000,00, devemos ter $500x + 800y \leq 400.$

Portanto, o par ordenado (x, y) terá que pertencer, necessariamente, ao conjunto solução do sistema de inequações

$$\begin{cases} 24x + 40y \geq 120 \\ 500x + 800y \leq 4000 \end{cases}.$$

10. C

Vamos considerar que x seja o número de veículos do modelo V e 20 − x o número de veículos do modelo W.

Considerando o transporte das caixas, podemos escrever a seguinte inequação:

$$45x + (20-x) \cdot 30 \geq 690 \Rightarrow$$

$$3x + (20-x) \cdot 2 \geq 46 \Rightarrow$$

$$3x - 2x \geq 46 - 40 \Rightarrow$$

$$x \geq 6$$

Considerando, agora, o transporte das pessoas, escrevemos a inequação:

$$20x + (20-x) \cdot 32 \geq 508 \Rightarrow$$

$$5x + (20-x) \cdot 8 \geq 127 \Rightarrow$$

$$5x - 8x \geq 127 - 160 \Rightarrow$$

$$-3x \geq -33 \Rightarrow$$

$$x \leq 11$$

Portanto: $6 \leq x \leq 11$

Para transportar o maior número de pessoas, devemos considerar x = 6 e 20 − x = 14, portanto 6 veículos do modelo V e 14 veículos do modelo W. Calculando este número máximo de pessoas, obtemos:

$6 \cdot 20 + 14 \cdot 32 = 568$ pessoas