MATEMÁTICA 5 – VOLUME 1
RESOLUÇÕES

AULA 1
EXERCITANDO EM SALA

01. E

$$\text{i)}\begin{cases} \dfrac{(6\times 1)\times(6\times 2)\times(6\times 3)\times(6\times 4)\times\ldots\times(6\times 50)}{50!}=\left(2^3\times 3^3\right)^n \Rightarrow \\ \Rightarrow \dfrac{(6\times 6\times 6\times 6\times\ldots\times 6)\times(1\times 2\times 3\times 4\times\ldots\times 50)}{50!}=6^{3n}\Rightarrow \\ \Rightarrow \dfrac{(6)^{50}\times 50!}{50!}=6^{3n}\Rightarrow 6^{50}=6^{3n} \end{cases}$$

$$\text{ii)}\ 6^{50}=6^{3n}\Rightarrow 3n=50\Rightarrow n=\frac{50}{3}$$

02. C

Vamos desenvolver a árvore de possibilidades.

- 1
  - ganha(2)
    - ganha(3)
      - ganha(4)
        - ganha(5)*
        - perde(3)
          - ganha(4)*
          - perde(2)*
      - perde(2)
        - ganha(3)
          - ganha(4)*
          - perde(2)*
        - perde(1)
          - ganha(2)*
          - perde(0)*
    - perde(1)
      - ganha(2)
        - ganha(3)
          - ganha(4)*
          - perde(2)*
        - perde(1)
          - ganha(2)*
          - perde(0)*
      - perde(0)*
  - perde(0)*

A cada instante que colocamos um *, indicamos um momento em que o jogo acaba.

Portanto, temos 13 maneiras de o jogo se desenrolar.

03. A

Os conjuntos A, B e C têm, respectivamente, 5, 3 e 4 letras distintas.

Vamos começar calculando o número total de placas possíveis: $\underbrace{5}_{A}\times\underbrace{3}_{B}\times\underbrace{4}_{C}=60$ possibilidades.

Agora vamos avaliar a primeira proposta: acrescentar duas novas letras a apenas um dos conjuntos.

- 1º caso: acrescentar duas letras ao conjunto A $\rightarrow\underbrace{7}_{A}\times\underbrace{3}_{B}\times\underbrace{4}_{C}=84$ possibilidades.
  (Isso implica em 24 novas placas).
- 2º caso: acrescentar duas letras ao conjunto B $\rightarrow\underbrace{5}_{A}\times\underbrace{5}_{B}\times\underbrace{4}_{C}=100$ possibilidades.
  (Isso implica em 40 novas placas).
- 3º caso: acrescentar duas letras ao conjunto C $\rightarrow\underbrace{5}_{A}\times\underbrace{3}_{B}\times\underbrace{6}_{C}=90$ possibilidades.
  (Isso implica em 30 novas placas).

Vamos avaliar a segunda proposta: acrescentar uma letra nova a dois conjuntos.

- 1º caso: acrescentar uma letra aos conjuntos A e B $\rightarrow\underbrace{6}_{A}\times\underbrace{4}_{B}\times\underbrace{4}_{C}=96$ possibilidades.
  (Isso implica em 36 novas placas).
- 2º caso: acrescentar uma letra aos conjuntos A e C $\rightarrow\underbrace{6}_{A}\times\underbrace{3}_{B}\times\underbrace{5}_{C}=90$ possibilidades.
  (Isso implica em 30 novas placas).
- 3º caso: acrescentar uma letras aos conjuntos B e C $\rightarrow\underbrace{5}_{A}\times\underbrace{4}_{B}\times\underbrace{5}_{C}=100$ possibilidades.
  (Isso implica em 40 novas placas).

04. C

Um detalhe importante nessa questão, é ter cuidado na ordem das decisões que vamos tomar.

Devemos pintar inicialmente as partes do armário que apresentam mais regiões adjacentes (regiões que apresentam mais restrições na hora de escolher a cor).

Portanto, a porta lateral e a gaveta do meio devem ser as nossas prioridades.

$$\underbrace{5}_{\text{porta lateral}}\times\underbrace{4}_{\text{gaveta central}}\times\underbrace{3}_{\text{gaveta superior}}\times\underbrace{3}_{\text{gaveta inferior}}=$$

$=180$ possibilidades.

EXERCITANDO EM CASA

01. D

Como o maior fator primo de n! é 13, o valor de **n** não pode ser igual ou maior que o número primo 17.

Vejamos se **n** pode ser 16.

Para isso devemos procurar os fatores 2 do número 16!.

$16!=16x15x14x13x12x11x10x9x8x7x6x5x4x3x2x1$

$16!=2^4x15x2x7x13x2^2x3x11x2x5x9x2^3x7x2x3x5x2^2$
$x3x2x1$

$16!=2^{15}x15x7x13x3x11x5x9x7x3x5x3x1$

Como **n!** também tem 15 fatores primos iguais a 2, **n** deve ser 16.

Observe que decompondo 13! ou 14! ou 15!, nenhum deles irá apresentar 15 fatores primos iguais a 2.

02. B

- André →
  - Beto →
    - André →
      - Beto →
        - André*
        - Beto*
      - André*
    - Beto*
  - André*
- Beto → 5 possibilidades.

Perceba que se considerarmos que André venceu a primeira partida e desenvolvermos a árvore, teremos 5 possibilidades do torneio se desenrolar.

O mesmo acontecerá se Beto vencer a primeira partida.

Portanto, temos 5 + 5 = 10 possibilidades.

03. A

1ª situação:

- se o primeiro algarismo é ímpar, então o último também é ímpar;
- a soma dos segundo e terceiro algarismos é 5.

$$\underbrace{5}_{1^o} \times \underbrace{\underbrace{?}_{2^o} \times \underbrace{?}_{3^o}}_{\begin{array}{c}0+5\\1+4\\2+3\\3+2\\4+1\\5+0\end{array}} \times \underbrace{10}_{4^o} \times \underbrace{5}_{5^o} \rightarrow 5x6x10x5 =$$

= 1500 possibilidades

2ª situação:

- se o primeiro algarismo é par, então o último algarismo é igual ao primeiro;
- a soma dos segundo e terceiro algarismos é 5.

$$\underbrace{5}_{1^o} \times \underbrace{\underbrace{?}_{2^o} \times \underbrace{?}_{3^o}}_{\begin{array}{c}0+5\\1+4\\2+3\\3+2\\4+1\\5+0\end{array}} \times \underbrace{10}_{4^o} \times \underbrace{1}_{5^o} \rightarrow 5x6x10x1 =$$

= 300 possibilidades

Total: (5.6.10.5) + (5.6.10.1) = 1500 + 300 = 1800 combinações diferentes

04. D

Da mesma forma da 4ª questão de sala, devemos ter cuidado na ordem das decisões que vamos tomar.
Vamos pintar inicialmente as regiões da bandeira que apresentam mais fronteiras.
Assim, começamos escolhendo a cor para a região curva: 6 possibilidades.
Em seguida, as duas regiões compreendidas entre o retângulo e a curva: 5 e 4 possibilidades respectivamente.
Finalmente a região triangular: 5 possibilidades.
Portanto, 6x5x4x5 = 600 possibilidades.

05. C

I) Se usarmos a 1ª engrenagem da coroa, só podemos ligar a 1ª ou a 2ª engrenagem do pinhão, isto é, neste caso, temos 2 possibilidades.

II) Se usarmos a 2ª engrenagem da coroa, podemos ligar a qualquer uma das 6 engrenagens do pinhão, isto é, neste caso, temos 6 possibilidades.

III) Se usarmos a 3ª engrenagem da coroa, podemos ligar a qualquer uma das 6 engrenagens do pinhão, isto é, neste caso, temos também 6 possibilidades.

Portanto, temos um total de 2 + 6 + 6 = 14 marchas distintas que podem ser utilizadas para movimentar a bicicleta.

06. C

Cores primárias: 3 (vermelho, amarelo e azul).
Cores secundárias: 3 (verde, (amarelo e azul), violeta (azul e vermelho) e laranja (amarelo e vermelho).
Cada uma dessas cores terá três tonalidades (normal, clara e escura).
Preto e branco: 2.
Portanto, o total de cores será 3.(3 + 3) + 2 = 20.

07. E

1ª opção:

$\underbrace{26}_{L} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D}$ = 2 600 000 possibilidades.

2ª opção:

$\underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D}$ = 1 000 000 possibilidades.

3ª opção:

$\underbrace{26}_{L} \times \underbrace{26}_{L} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D}$ = 6 760 000 possibilidades.

4ª opção:

$\underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D}$ = 100 000 possibilidades.

5ª opção:

$\underbrace{26}_{L} \times \underbrace{26}_{L} \times \underbrace{26}_{L} \times \underbrace{10}_{D} \times \underbrace{10}_{D}$ = 1 757 600 possibilidades.

Como a empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes (1 000 000), mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes (2 000 000), a opção escolhida deve ser a 5ª.

08. B

Vamos dividir o número total de rotas distintas, de **a** até **d** em 4 casos.

$$\begin{cases} \text{(I) } a \rightarrow d: 7 \\ \text{(II) } a \rightarrow b \rightarrow d: 4 \times 6 = 24 \\ \text{(III) } a \rightarrow c \rightarrow d: 5 \times 2 = 10 \\ \text{(IV) } a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d: 4 \times 3 \times 2 = 24 \end{cases}$$

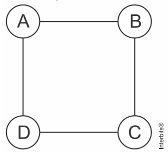
Portanto, o total de rotas distintas é $7 + 24 + 10 + 24 = 65$.

09. C

O texto nos informa que a criança tem três lápis de cores diferentes e deseja pintar somente os círculos, de modo que aqueles que estejam ligados por um segmento tenham cores distintas.
Vamos dizer que as cores disponíveis são azul, amarelo e verde.
Iniciamos escolhendo uma cor para o círculo A, temos 3 possibilidades (vamos escolher o azul).
Agora uma cor para o círculo B: temos 2 possibilidades (não podemos escolher o azul, então vamos escolher o verde).
Depois vamos escolher uma cor para o círculo C: temos 2 possibilidades (não podemos escolher o verde, então podemos escolher o azul ou o amarelo).
Veja que dependendo da cor escolhida para o círculo C, temos possibilidades diferentes para o círculo D.
Se escolhermos azul para o C, temos 2 possibilidades para o D: amarelo ou verde

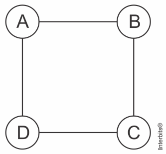
Mas se escolhermos amarelo para o C, temos apenas 1 possibilidade para o D: o verde.
Portanto, vamos dividir o problema em 2 casos:

1º caso: os círculos A e C tem a mesma cor;
Vamos escolher a cor do círculo A: AZUL (temos 3 opções)



Vamos escolher a cor do círculo B: VERDE temos 2 opções)
Vamos fixar AZUL a cor do círculo C: AZUL (temos 1 opção)
Vamos escolher a cor do círculo D: AMARELO OU VERDE (temos 2 opções)
Total de possibilidades: $\underbrace{3}_{A}\times\underbrace{2}_{B}\times\underbrace{1}_{C}\times\underbrace{2}_{D}=12$

2º caso: os círculos A e C tem cores distintas.
Vamos escolher a cor do círculo A: AZUL (temos 3 opções)



Vamos escolher a cor do círculo B: VERDE (temos 2 opções)
Vamos fixar AMARELO a cor do círculo C: AMARELO (temos 1 opção)
Vamos escolher a cor do círculo D: VERDE (temos 1 opção)
Total de possibilidades: $\underbrace{3}_{A}\times\underbrace{2}_{B}\times\underbrace{1}_{C}\times\underbrace{1}_{D}=6$
Portanto, temos Total de possibilidades: 12 + 6 = 18 possibilidades.

10. D
Total de senhas que começam com a letra A: $\underbrace{1}_{A}\times\underbrace{26}_{?}\times\underbrace{26}_{?}=676$
Total de senhas que começam com BA: $\underbrace{1}_{B}\times\underbrace{1}_{A}\times\underbrace{26}_{?}=26$
Logo, a senha BAZ identifica o livro de número $676+26=702$
Faltam 7 livros: BBA, BBB, BBC, BBD, BBE, BBF e **BBG** (senha que identifica o livro de número 709).

AULA 2
EXERCITANDO EM SALA

01. A
O número de respostas distintas deve ser calculado através do princípio fundamental da contagem, o princípio multiplicativo. A resposta é composta pelo nome do objeto "e" personagem "e" cômodo da casa. Quando o conectivo "e" é utilizado, o número de possibilidades deve ser multiplicado para encontrar o total de possibilidades da resposta. Caso o conectivo fosse o "ou" seria utilizado o princípio aditivo da contagem. O total de possibilidades é de 5 para o objeto, 6 para o personagem e 9 para o cômodo da casa. Utilizando o princípio multiplicativo, temos 5 x 6 x 9 = 270 possibilidades de respostas.
Como são 280 alunos, são $280-270=10$ alunos a mais que as possibilidades de resposta.

02. E
O número total de pedidos distintos é dado por:
5 x 4 x 3 x 3 = 180
Saladas (opcional): tomate, verde, batata, russa, nenhuma → 5 possibilidades
Bebidas (obrigatório): agua, laranja, uva, refrigerante → 4 possibilidades
Pratos (obrigatório): frango, strogonoff, costela → 3 possibilidades
Sobremesas (opcional): pudim, sorvete, nenhuma → 3 possibilidades
O número mínimo de clientes que deverão estar presentes no restaurante para podermos garantir que existem pelo menos dois deles que fizeram exatamente o mesmo pedido é 180 + 1 = 181.

03. E
Das estatísticas apresentadas, o número mínimo de clientes do banco em questão pode ser calculado pelo produto:
MIN = 20 . 120 . 1000 = 2.400.000 clientes.
Por outro lado, o total de diferentes senhas de acesso disponíveis é dado por:
n = 10^6 senhas = 1.000.000 senhas.
Numa primeira aproximação, maximizando a diversidade de senhas usadas, é possível associar cada uma das senhas a um cliente, cobrindo os primeiros 1.000.000 de clientes.
Numa segunda aproximação, associamos o mesmo conjunto de senhas aos próximos 1.000.000 de clientes.
Finalmente, cada um dos próximos 400.000 clientes terá, obrigatoriamente, senhas já usadas em pelo menos duas ocasiões anteriores.
Portanto, pelo menos três clientes têm senhas iguais.

04. C
Na máquina, há 100 bolas, sendo 10 de cada cor. Para garantir a retirada de 4 bolas de uma mesma cor, será necessário que, antes, já tenham sido retiradas, pelo menos, 3 bolas de cada uma das 10 cores, totalizando assim 30 bolas retiradas. Portanto, a próxima bola a ser retirada completará, obrigatoriamente, um conjunto de 4 bolas de uma mesma cor. Logo, o número mínimo de moedas inseridas para atender a essa condição será 31.

EXERCITANDO EM CASA

01. D
As dez primeiras camisetas retiradas podem ser todas brancas e, portanto, de mesma cor. A partir da décima primeira retirada, teremos, obrigatoriamente, pelo menos duas camisetas de cores diferentes, logo x = 11.
Como são 3 cores diferentes, retirando-se 4 camisetas, certamente duas serão de uma mesma cor, pois se as 3 primeiras forem de cores diferentes, na quarta retirada será repetida uma das três, logo y = 4.
Para se ter certeza de ter retirado uma de cada cor, devemos supor esgotadas as de maior

quantidade, isto é, 10 brancas e mais 7 pretas. Portanto, o número mínimo de retiradas para que se tenha certeza de ter retirado pelo menos uma de cada cor é 10 + 7 + 1 = 18, logo z = 18.
E, portanto, logo x + y + z = 33.

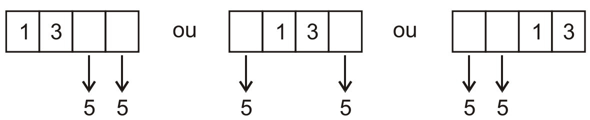
02. E
Sabemos que 50 processos foram revistos por 6 estagiários. Como a questão diz que todos trabalharam, podemos concluir que cada um deles reviu pelo menos 1 processo.
O contra exemplo extremo onde temos 5 estagiários com apenas um processo e 1 estagiário com os 45 restantes já elimina as opções A, B, C e D.
Podemos confirmar que a letra E é a opção correta através do princípio das gavetas.
Como 6 x 8 = 48, na pior das hipóteses podemos distribuir 48 processos entre os 6 estagiários, de modo que cada um fique com 8, e ainda sobrarão 2 processos. Assim, alguém terá que trabalhar com 9 processos ou mais para completar o trabalho.

03. B
Cada questão admite 3 possibilidades de resposta; assim, o número total de respostas distintas para a prova é 3^5 = 243. Como 250 candidatos submeteram-se à prova, pelo menos 2 candidatos assinalaram as mesmas alternativas.

04. A
O número de votos de x foi 0,52 · 1000000 = 520000. Como cada estado tem 100000 eleitores, mesmo que ele tenha recebido todos os votos de 5 estados, ainda faltariam 20000 para receber. Consequentemente ele recebeu votos de pelo menos 6 estados diferentes.

05. B
Para a abertura do primeiro cadeado temos um total de 5 x 4 x 3 = 60 senhas distintas.
Se esta senha estiver correta, vamos tentar abrir o segundo cadeado.
Este segundo cadeado nos dá um total de 8 x 8 = 64 senhas distintas.
Portanto, precisamos fazer no máximo 60 + 64 = 124 tentativas para abrir essa mala.

06. C
O número total de senhas de 4 dígitos é igual a $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$.
O número de senhas que apresentam o algarismo 1 seguido do 3 é igual a 74.
Veja:



5.5 + 5.5 + 5.5 = 75

a sequência | 1 | 3 | 1 | 3 | foi contada duas vezes

logo 75 - 1 = 74

Portanto, o número de senhas possíveis é igual a $625 - 74 = 551$.

07. C
1ª possibilidade: Fortaleza / São Paulo e São Paulo / Buenos Aires.
Observe que para qualquer escolha que fizermos para o trecho Fortaleza / São Paulo, temos 4 possibilidades de escolher a companhia para o trecho São Paulo / Buenos Aires.
Total: $\underbrace{4}_{\text{FORT}\to\text{SP}} \times \underbrace{4}_{\text{SP}\to\text{BUE}} = 16$ possibilidades.

2ª possibilidade: Fortaleza / Rio e Rio / Buenos Aires.
Observe que se escolhermos as companhias A ou D para o trecho Fortaleza / Rio, temos 3 possibilidades de escolher a companhia para o trecho Rio / Buenos Aires.
Mas, se escolhermos as companhias B ou C para o trecho Fortaleza / Rio, temos 2 possibilidades de escolher a companhia para o trecho Rio / Buenos Aires.
Total: $\underbrace{2}_{\substack{\text{FORT}\to\text{RIO} \\ \text{(A ou D)}}} \times \underbrace{3}_{\text{RIO}\to\text{BUE}} = 6$ possibilidades. ou $\underbrace{2}_{\substack{\text{FORT}\to\text{RIO} \\ \text{(B ou C)}}} \times \underbrace{2}_{\text{RIO}\to\text{BUE}} = 4$ possibilidades, portanto 10 possibilidades.

3ª possibilidade: Fortaleza / Curitiba e Curitiba / Buenos Aires.
Observe que para qualquer escolha que fizermos para o trecho Fortaleza / Curitiba, temos 3 possibilidades de escolher a companhia para o trecho Curitiba / Buenos Aires.
Total:
$\underbrace{2}_{\text{FORT}\to\text{CURITIBA}} \times \underbrace{3}_{\text{CURITIBA}\to\text{BUE}} = 6$ possibilidades.
Portanto há 16 + 10 + 6 = 32 possibilidades.

08. C
Inicialmente devemos perceber que as escolas I, III e V não podem ser campeãs, já que elas não conseguiriam ficar acima de 68 pontos, portanto, para cada uma delas, há 5 possibilidades de pontuação.
Vamos verificar agora as possibilidades para as escolas II e IV.
Em caso de empate, a campeã é a escola II, pois ganha no quesito enredo.
Devemos verificar as possibilidades de pontuação conjugada das escolas II e IV, que são: (10x9, 10x8, 10x7, 10x6, 9x7, 9x6, 8x6), portanto, 6 casos possíveis.
Assim, o número total de configurações será de $\underbrace{5}_{\text{I}} \times \underbrace{6}_{\text{II e IV}} \times \underbrace{5}_{\text{III}} \times \underbrace{5}_{\text{V}} = 750$ possibilidades.

09. E

Sabe-se que o número $N = 2^x.5^y.7^z$.

O número de divisores de N, incluindo o próprio N é $(x+1).(y+1).(z+1)$.

O número de divisores de N, excluindo o próprio N é $(x+1).(y+1).(z+1)-1$.

10. A

Devemos guardar 2004 bolas em caixas de mesma capacidade, de tal modo que cada caixa contenha o número de bolas determinado por sua capacidade.

Portanto, a quantidade de tipos de caixas precisa ser um divisor positivo de 2 004.

Mas $2004 = 2^2.3.167$, portanto, todos os seus divisores são do tipo $2^x.3^y.167^z$.

O número de divisores positivos será $\underbrace{0,1,2}_{x}.\underbrace{0,1}_{y}.\underbrace{0,1}_{z} = 3x2x2 = 12$.

AULA 3

EXERCITANDO EM SALA

01. E

Permutando os algarismos 1, 3, 5, 7, 9, obtém-se 5! = 120 números de cinco algarismos distintos. Escrevendo estes números em ordem crescente até o número 75 913, temos:

4! = 24 números iniciados em 1
4! = 24 números iniciados em 3
4! = 24 números iniciados em 5
3! = 6 números iniciados em 71
3! = 6 números iniciados em 73

Até aqui já temos 84 números chamados.

Iniciados por 75, temos 3! = 6 números, sendo que 75 931 é o maior deles, e ocupa a 90ª posição.

Logo, o número 75 913, ocupa a posição de número 89.

02. D

$$\underbrace{\underbrace{(\text{casaco1, casaco2})}_{P_2},\text{bermuda1, bermuda2, bermuda3, }\underbrace{(\text{camisa1, camisa2, camisa3, camisa4, camisa5})}_{\text{juntas e nessa ordem}}}_{P_4}$$

Total de possibilidade: $2x24 = 48$

03. C

$$\underbrace{(\text{casas populares})}_{\text{fixo}},\underbrace{(\text{saneamento, calçamento, construção da escola, construção da creche})}_{P_4}$$

Se não houvesse restrições para as 4 obras finais, a resposta seria $P_4 = 41 = 24$.

Como o calçamento deve ser executado somente após o saneamento, temos um total de $\frac{24}{2} = 12$ possibilidades.

04. E

I) Número de maneiras em que o Brasileiro e o Português estão juntos:

$$\underbrace{\underbrace{(Br_1,Br_2)}_{P_2},\underbrace{(\text{Americano,Iraquiano})}_{P_2},X,Y,Z}_{P_5} = 120x2x2 = 480$$

II) Número de maneiras em que o Brasileiro e o Português estão juntos e o Americano e o Iraquiano também estão juntos:

$$\underbrace{\underbrace{(Br_1,Br_2)}_{P_2},\underbrace{(\text{Americano,Iraquiano})}_{P_2},X,Y,Z}_{P_5} = 120x2x2 = 480$$

Mas queremos que só os dois primeiros estejam juntos, portanto, o número total de possibilidades, será $1\,440 - 480 = 960$

EXERCITANDO EM CASA

01. A

Existem $P_8 = 8!$ maneiras de acomodar os adultos e 8 maneiras de escolher o colo em que sentará o bebê. Portanto, temos $8 \cdot 8!$. possibilidades.

02. B

Permutando os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, obtém-se 5! = 120 números de cinco algarismos distintos. Escrevendo estes números em ordem crescente até o número 35 412, temos:
4! = 24 números iniciados em 1
4! = 24 números iniciados em 2
3! = 6 números iniciados em 31
3! = 6 números iniciados em 32
3! = 6 números iniciados em 34
3! = 6 números iniciados em 35
Até aqui já temos 72 números chamados, sendo que 35 421 é o maior deles, e ocupa a 72ª posição.
Logo, o número 35 412, ocupa a posição de número 71.

03. E

Inicialmente vamos escolher uma fila para acomodar os 3 membros da família Sousa.
I) □ □ □
II) □ □ □
III) □ □ □
Temos 3 possibilidades para isso.

Agora vamos permutar os 3 membros da família. Isso pode ser feito de $P_3 = 6$ possibilidades.
I) $S_1S_2S_3$
II) □ □ □
III) □ □ □

Agora vamos escolher 2 lugares vizinhos para acomodar o casal Lúcia e Mauro.
I) $S_1S_2S_3$
II) L M □
III) □ □ □
Temos 4 possibilidades para isso.
Agora vamos permutar as posições entre Lúcia e Mauro. Isso pode ser feito de $P_2 = 2$ possibilidades.

Finalmente vamos acomodar os 4 passageiros restantes e permutar as posições entre eles.
I) $S_1S_2S_3$
II) L M P_1
III) $P_2P_3P_4$
Isso pode ser feito de $P_4 = 24$ possibilidades.
O número total de forma é $3x6x4x2x24 = 3456$.

04. C

$$\underbrace{\underbrace{(\text{Pedro,Luísa})}_{P_2},\underbrace{(\text{João,Rita})}_{P_2}}_{P_2} = 2x2x2 = 8$$

05. B

Vamos iniciar fixando as 7 primeiras questões de Português, a última de matemática e a penúltima de Geografia (não podemos ter 2 questões de Matemática juntas).

$$\left(\underbrace{P,P,P,P,P,P,P}_{P_7}\right),\underbrace{\ }_{?},\underbrace{\ }_{?},\underbrace{\ }_{?},\underbrace{\ }_{?},\underbrace{\ }_{?},\underbrace{4}_{GEO},\underbrace{3}_{MAT}$$

Sobraram 5 questões, sendo 3 de Geografia e 2 de Matemática.
Se não houvesse restrições, elas poderiam ser organizadas de $5! = 120$ formas.
Porém, não podemos ter 2 questões de Matemática juntas.
Vamos determinar de quantas formas dentre os 120 casos, temos as 2 questões de matemática juntas.

$\underbrace{\left(\underbrace{MAT,MAT}_{P_2}\right),GEO,GEO,GEO}_{P_4} = 2x24 = 48$ formas, portanto, existem $120 - 48 = 72$ maneiras de organizar as questões, de modo que as de Matemática não estejam juntas.

Então, o total de possibilidades de se criar uma versão classe A da prova, será igual a

$7!x72x4x3$

$7!x24x3x4x3$

$7!x24x3x2x2x3$

$7!x4!x(3!)^2$

06. B

Excluindo a Praia do Futuro e ordenando os quatro outros pontos turísticos temos $4! = 24$ possibilidades de roteiros distintos. Para cada um destes roteiros, a Praia do Futuro pode ser 'encaixada' em três posições, logo para cada uma das 24 possibilidades consideradas anteriormente, temos três roteiros distintos. Portanto, há $3x24 = 72$ possibilidades no total.

07. B

De início, devemos perceber que todos os trajetos começam e terminam na cidade A.

Além disso, qualquer trajeto feito, gera um trajeto SIMÉTRICO. Por exemplo: ABCDEFA é um trajeto simétrico a AFEDCBA, ACBFEDA é um trajeto simétrico a ADEFBCA, e assim por diante.

Portanto, descartando a cidade de partida e a cidade de chegada (é a mesma cidade), devemos permutar 5 elementos: BCDEF e isso pode ser feito de $P_5 = 5! = 120$ formas.

Porém, como cada sequência tem sua sequência simétrica, João precisa verificar $\frac{120}{2} = 60$ sequências.

Mas cada sequência leva 90 segundos para ser verificada, então o tempo total necessário será de $60x90 = 5\ 400$ segundos, que equivale a 90 minutos.

08. C

São 6 atividades a serem realizadas. Se não houvesse restrições, o número total de possibilidades, seria $P_6 = 6! = 720$.

Porém, a atividade LEVAR SEU FILHO Á ESCOLA, deve necessariamente ocorrer antes da atividade PEGAR SEU FILHO NA ESCOLA.

Logo, temos um total de $\frac{720}{2} = 360$ possibilidades.

09. A

Inicialmente, vamos calcular de quantas formas podemos editar cada uma das 4 fotos distintas.

$\underbrace{5}_{\text{textura}} x \underbrace{6}_{\text{moldura}} x \underbrace{4}_{\text{cor}} = 120.$

Portanto, para editar as 4 fotos, temos 120^4 formas distintas.

Agora, devemos publicar as 4 fotos.

Isso pode ser feito de $4! = 24$ formas.

Daí, temos $24x120^4$ possibilidades.

10. C

$\underbrace{\underbrace{(MPB_1,MPB_2,MPB_3,MPB_4)}_{\text{nessa ordem}},\underbrace{(R_1,R_2,R_3,R_4)}_{P_4},\underbrace{(C_1,C_2)}_{P_2}}_{P_3} = 6x24x2 = 288$

AULA 4

EXERCITANDO EM SALA

01. D

VAMPIRA. $\rightarrow P_7^2 = \frac{7!}{2!} = 2520$

02. D

O texto diz que qualquer mensagem é configurada pelo acendimento simultâneo de três lâmpadas vermelhas, duas verdes e uma amarela, permanecendo dois módulos com as três lâmpadas apagadas.
Portanto, o que diferencia uma mensagem de outra é apenas a ordem dos elementos, e não a natureza deles.

$$(\text{VERM}, \text{VERM}, \text{VERM}, \text{VD}, \text{VD}, \text{AMAR}, \text{APAG}, \text{APAG}) \rightarrow P_8^{3,2,2} = \frac{8!}{3!2!2!} = 1680$$

03. D

Para formar um horário distinto, basta trocar a posição das disciplinas na grade.
Portanto, devemos PERMUTAR os elementos.
São 10 aulas semanais, sendo 5 aulas de Matemática (M), 3 Física (F) e 2 de Química (Q).

O número total de formas é $P_{10}^{5,3,2} = \dfrac{10!}{5!3!2!} = 2520$

04. D

Os movimentos permitidos são: para a diagonal (D), para baixo (B), para a direita (D).
Vamos analisar 4 casos:
III) Fazendo 3 movimentos para a diagonal: neste caso, já conseguimos atingir o quadrado inferior direito a partir do quadrado superior esquerdo. (D, D, D)
Isso nos dá 1 possibilidade.

IV)Fazendo 2 movimentos para a diagonal: neste caso, para atingir o quadrado inferior direito a partir do quadrado superior esquerdo, ainda precisamos de dois movimentos: 1 para baixo e 1 para a direita. (D, D, B, d)

Isso nos dá $P_4^2 = \dfrac{4!}{2!} = 12$ possibilidades.

V) Fazendo 1 movimento para a diagonal: neste caso, para atingir o quadrado inferior direito a partir do quadrado superior esquerdo, ainda precisamos de quatro movimentos: 2 para baixo e 2 para a direita.(D,B,B,d,d)

Isso nos dá $P_5^{2,2} = \dfrac{5!}{2!2!} = 30$ possibilidades.

VI)Não fazendo movimentos para a diagonal: neste caso, para atingir o quadrado inferior direito a partir do quadrado superior esquerdo, precisamos de seis movimentos: 3 para baixo e 3 para a direita. (B, B, B, d, d, d)

Isso nos dá $P_6^{3,3} = \dfrac{6!}{3!3!} = 20$ possibilidades.

Portanto, temos $1 + 12 + 30 + 20 = 63$ possibilidades.

EXERCITANDO EM CASA

01. B

Stallone ensaiou uma sequência com 7 golpes, empregando necessariamente três jabs, dois diretos, um cruzado e um gancho.
O que diferencia uma sequência de outra é apenas a ordem dos golpes.

Portanto, o número máximo de sequências é $P_7^{3,2} = \dfrac{7!}{3!2!} = 420$

02. B

Sabendo que a criança ganhou dois picolés de cada sabor, tem-se que o resultado pedido é dado por $P_6^{2,2,2} = \dfrac{6!}{2!2!2!} = 90$

03. C

Cada senha é composta por quatro letras "a", duas letras "b" e quatro algarismos iguais a 7, diferenciando-se uma da outra somente pela ordem dos elementos.

O resultado é dado por $P_{10}^{4,2,4} = \dfrac{10!}{4!2!4!} = 3150$

04. B

Serão distribuídas 9 viagens, sendo 4 para a cidade de Fortaleza, 3 para a cidade de Natal e 2 para a cidade de Salvador.

$(F,F,F,F,N,N,N,S,S) \rightarrow P_9^{4,3,2} = \dfrac{9!}{4!3!2!} = 1260$

05. A

Qualquer que seja o percurso de A até B serão necessários 5 deslocamentos para frente e 5 para a direita. Logo, existem $P_{10}^{(5,5)} = \dfrac{10!}{5! \cdot 5!} = \dfrac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 252$ trajetos possíveis.

Por outro lado, existem $P_6^{(4,2)} = \dfrac{6!}{4! \cdot 2!} = \dfrac{6 \cdot 5}{2} = 15$ percursos de A até C, e $P_4^{(3)} = \dfrac{4!}{3!} = 4$ trajetos de C até B. Desse modo, pelo PFC, há $15 \cdot 4 = 60$ percursos de A até B passando por C.

Portanto, o resultado pedido é igual a $252 - 60 = 192$.

06. A

Para ir de P a R, por qualquer trajeto, há 8 segmentos horizontais e 3 verticais. Assim, o número de caminhos possíveis é igual a $P_{11}^{8,3} = \dfrac{11!}{8!\,3!} = 165$

Por outro lado, para ir de P a R passando por Q, existem $P_6^5 \cdot P_5^{3,2} = \dfrac{6!}{5!} \cdot \dfrac{5!}{3!\,2!} = 60$ possibilidades.

Em consequência, a resposta é $165 - 60 = 105$.

07. E

Existem $10 \cdot 10 = 10^2$ maneiras de escolher os dois algarismos e $52 \cdot 52 = 52^2$ maneiras de escolher as letras. Definidos os caracteres da senha, podemos dispô-los de $P_4^{2,2} = \dfrac{4!}{2!\,2!}$ modos.

Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $10^2 \cdot 52^2 \cdot \dfrac{4!}{2! \cdot 2!}$.

08. B

Para ir de A a B, por qualquer trajeto, há 4 segmentos para a esquerda e 2 para cima.

Assim, o número de caminhos possíveis é igual a $P_6^{4,2} = \dfrac{6!}{4!\,2!} = 15$.

09. D

Este é um problema semelhante ao bidimensional.
Para ir de A a B, por qualquer trajeto, devemos percorrer 4 segmentos no comprimento, 3 na altura e 2 na largura.

$P_9^{4,3,2} = \dfrac{9!}{4!2!3!} = 1260$

10. C

O número de caminhos de A até D é $P_9^{4,5} = 126$.

O número de caminhos de A até D passando por B é $P_4^{2,2} \times P_5^{3,2} = 6 \times 10 = 60$

O número de caminhos de A até D passando por C é $P_6^{4,2} \times P_3^2 = 15 \times 3 = 45$

O número de caminhos de A até D passando por B e por C é $P_4^{2,2} \times P_2^2 \times P_3^2 = 6 \times 1 \times 3 = 18$

Logo, o número de caminhos de A até D passando por B ou por C é $60 + 45 - 18 = 87$

AULA 5

EXERCITANDO EM SALA

01. A

Podemos formar comissões de 2 tipos: com a Andréia ou sem a Andréia.
No 1º caso, devemos levar em consideração que das 5 vagas, estamos escolhendo alunos para preencher 4 delas.

Nestas comissões, Andréia já faz parte, o que reduz a quantidade de possibilidades de escolha para 8, além disso, não podemos contar com Manoel e Alberto, o que reduz novamente nossas opções para apenas 6 alunos.
Desses, 4 serão selecionados.

Número de comissões em que Andréia faz parte: $C_{6,4} = \frac{6!}{4!2!} = 15$.

Já no 2º caso, devemos excluir apenas a Andréia, o que nos deixa com 8 alunos para 5 vagas. O total de possibilidades se resume a $C_{8,5} = \frac{8!}{5!3!} = 56$

Total de possibilidades: $15 + 56 = 71$

02. D
Inicialmente vamos montar uma dieta ingerindo três frutas. Neste caso, devemos escolher 3 frutas diferentes do conjunto abacaxi, banana, caqui, laranja, maçã, pera e uva.

Isso pode ser feito de $C_{7,3} = \frac{7!}{3!4!} = 35$ formas.

Agora vamos montar as distas com as repetições (2 frutas iguais). Esse tipo de dieta conta com apenas 2 tipos de frutas, daí temos $C_{7,2} = \frac{7!}{2!5!} = 21$ formas. Perceba que nesse caso, para a escolha da terceira fruta, teremos 2 possibilidades, isto é: abacaxi, banana, abacaxi ou abacaxi, banana, banana. Portanto, $21x2 = 42$ possibilidades.
Finalmente, o total será $35 + 42 = 77$

03. A
A escolha de presidente, vice, secretário e tesoureiro é fixa e depende da ordem. A escolha dos conselheiros, não depende da ordem. Temos:

$$\text{Total} = 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times C_{10,4} = A_{14,4} \times C_{10,4} = \frac{14!}{10!} x \frac{10!}{4!.6!} = \frac{14!}{4!.6!}$$

04. C
Se dividirmos o total de habitantes da região metropolitana de Fortaleza, que é 4.074.730, pela quantidade média de fios de cabelos que uma pessoa tem, que é aproximadamente 150000 fios, então teremos que, pelo menos 28 pessoas possuem a mesma quantidade de fios.

Vamos denotar por p o número total de atletas. Cada atleta aperta a mão de todos os seus adversários apenas uma vez. Então o número total de apertos de mãos é $\frac{p.(p-2)}{2}$. Daí temos que $\frac{p.(p-2)}{2} = 180 \rightarrow p.(p-2) = 360$. Como p é um número natural, então $p = 20$.
Assim, o número de duplas é 10.

EXERCITANDO EM CASA
01. D
Como a visita deverá ser feita sem levar em consideração a ordem, podemos caracterizar o problema como uma combinação. Temos então dois casos a verificar:

I) O casal deseja visitar Lagoinha e Flexeiras. Neste caso, devemos selecionar mais 1 praia dentre as 6 restantes, o que resulta em 6 possibilidades.
II) O casal não deseja visitar Lagoinha e Flexeiras. Neste caso, devemos selecionar 3 praias entre as 6 restantes.

$C_{6,3} = \frac{6!}{3!3!} = 20$

Logo, a escolha pode ser feita de $6 + 20 = 26$ formas distintas.

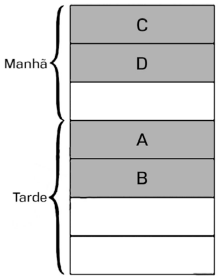
02. D

A partir do enunciado, podemos concluir que o paciente D pode ser agendado num dos dois períodos.

1ª situação: O paciente D agendado no período da manhã.

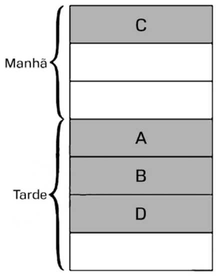
$A_{3,2} \times A_{4,2} = 6 \times 12 = 72$

ou



2ª situação: O paciente D agendado no período da tarde

$A_{3,1} \times A_{4,3} = 3 \times 24 = 72$



Logo, o número de maneiras distintas de a secretária agendar esses pacientes é:

$72 + 72 = 144.$

03. B

Seja n $(n \in N^*)$ é o número de pessoas que formavam a plateia, então $C_{n,2} = 496$. Daí,

$C_{n,2} = 496 \rightarrow \dfrac{n!}{2! \cdot (n-2)!} = 496 \rightarrow n \cdot (n-1) = 32 \cdot 31 \rightarrow n = 32.$.

Obs. Poderíamos pensar também da seguinte forma: na plateia há n pessoas e cada uma abraça todas as outras (n – 1) pessoas apenas uma vez.

Dessa forma, o número de apertos de mãos será $\dfrac{n.(n-1)}{2}$.

Portanto, $\dfrac{n.(n-1)}{2} = 496 \rightarrow n.(n-1) = 992 \rightarrow n.(n-1) = 32.31 \rightarrow n = 32$

04. B

Sejam:

Número de mulheres: x

Número de homens: $37 - x$

Número de cumprimentos:

entre 2 homens: $(37-x).(36-x)$

entre 2 mulheres: 0

entre homem e mulher: $x.(37-x)$

Total de cumprimentos: $(37-x).(36-x) + 0 + x.(37-x) = 720$

Colocando $(37-x)$ em evidência, vem:

$(37-x).(36-x+x) = 720 \rightarrow (37-x).36 = 720 \rightarrow 37 - x = 20 \rightarrow x = 17$

05. C
Vamos indicar 2 soluções distintas:
Solução1.
O total de associações com quaisquer das substância é $C_{10,6} = 210$.

O número de associações com as duas explosivas é $C_{8,4} = 70$. (neste caso devemos escolher 4 substâncias dentre as 8 que restaram, já que as 2 explosivas foram escolhidas).
Logo há $210 - 70 = 140$ associações em que as duas não estarão juntas.

Solução2.
Considerando A e B as substâncias explosivas, seria necessário analisar três casos:
i) Substância A está presente e B não está: $C_{8,5} = 56$.
ii) Substância B está presente e A não está: $C_{8,5} = 56$.
iii) Nem a substância A nem a B estão presentes: $C_{8,6} = 28$.
Total: $56 + 56 + 28 = 140$ associações.

06. E
Há dois casos a considerar:
i) Os dois irmãos irão viajar juntos:
Neste caso, sobram três lugares a serem ocupados dentre os 10 alunos restantes, portanto, o número de formas de escolher esses alunos é $C_{10,3} = 120$.
ii) Os dois irmãos não irão viajar:
Então, deverão ser escolhidos 5 alunos dentre os 10 que restaram.
Isso pode ser feito de $C_{10,5} = 252$ formas.

Desse modo, há $120 + 252 = 372$ maneiras distintas de formar o grupo.

07. B
1º modo:
Nesse painel de nove seções distintas, devemos escolher as posições para acender duas luzes de cor vermelha e uma outra de cor azul.
Neste caso, temos $C_{9,2} \cdot C_{7,1} = 36 \cdot 7 = 252$
Agora devemos escolher as posições para acender duas luzes de cor azul e uma outra de cor vermelha.
Neste caso, temos $C_{9,2} \cdot C_{7,1} = 36 \cdot 7 = 252$
Temos 504 possibilidades, que implica em um tempo total de $252 + 252 = 504$ segundos.
Como, $504 = 8 \cdot 60 + 24$, temos: $x = 8$ e $u = 24$.

2º modo:
Podemos pensar em escolher as posições para acender duas luzes de cor azul e uma outra de cor vermelha, permanecendo as outras 6 apagadas, distribuídas nas nove seções distintas do painel. Como a mudança na ordem altera a disposição, estamos diante de um caso de permutação com elementos repetidos.
Neste caso: $P_9^{6,2} = 252$.
Da mesma forma devemos proceder para escolher as posições para acender duas luzes de cor vermelha e uma outra de cor azul, permanecendo as outras 6 apagadas.
Neste caso: $P_9^{6,2} = 252$.
Temos 504 possibilidades, que implica em um tempo total de $252 + 252 = 504$ segundos.
Como, $504 = 8 \cdot 60 + 24$, temos: $x = 8$ e $u = 24$.

08. D
Para atuar no esquema 4-3-3, devemos escolher 4 jogadores de defesa dentre os 12 disponíveis ($C_{12,4} = 495$ formas), 3 jogadores de meio campo dentre os 8 disponíveis ($C_{8,3} = 56$ formas), e 2 jogadores de ataque (Fred já foi escolhido) dentre os 4 que restaram ($C_{4,2} = 6$ formas).
Daí, o total de possibilidades é $595x56x6 = 166\ 320$

09. C
1ª Parte - número mínimo de perguntas do jornalista aos cinco candidatos.
O jornalista deverá escolher dois candidatos: ao primeiro, formulará uma pergunta e o segundo irá comentar a resposta do primeiro.

Isso pode ser feito de $A_{5,2} = 20$ formas.

2ª Parte – número mínimo de perguntas de cada um dos cinco candidatos aos outros quatro.
Cada candidato deverá escolher dois outros candidatos: ao primeiro, formulará uma pergunta e o segundo irá comentar a resposta do primeiro.
Isso pode ser feito de $A_{5,2} = 20$ formas.

Porém, como são cinco candidatos, o total será $5xA_{4,2} = 60$.

Daí, temos $20 + 60 = 80$ formas.

10. D

Existem $\binom{6}{2} \cdot \binom{7}{3} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 525$ modos de formar uma comissão com 2 vereadores da situação e 3 da oposição. Dentre essas possibilidades, $\binom{5}{1} \cdot \binom{6}{2} = 5 \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 75$ apresentam os dois líderes. Logo, há $525 - 75 = 450$ maneiras para esse caso.

Por outro lado, há $\binom{6}{3} \cdot \binom{7}{2} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 420$ maneiras de formar uma comissão com 3 vereadores da situação e 2 da oposição. Porém, nessas comissões estão incluídas $\binom{5}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot 6 = 60$ possibilidades nas quais os dois líderes figuram. Em consequência, há $420 - 60 = 360$ comissões possíveis.
Portanto, pelo Princípio Aditivo, segue que a resposta é $450 + 360 = 810$.

AULA 6
EXERCITANDO EM SALA

01. B

Denotando os sintomas por $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, \ldots, S_{10}$ o paciente deve apresentar pelo menos três dos sintomas.

Portanto: $\binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} + \ldots + \binom{10}{10} = 2^{10} - \binom{10}{0} - \binom{10}{1} - \binom{10}{2} = 1024 - 1 - 10 - 45 = 968$

02. D

Denotando a quantidade de bolas das cores branca, preta e azul dentro da caixa respectivamente por A, P e B, devemos determinar o número de soluções inteiras e não negativas da equação: $B + P + A = 8$ que corresponde a $P_{10}^{8,2} = \frac{10!}{8!2!} = 45$.

03. B

Representando respectivamente por A, B, La e V o número de carrinhos pintados de amarelo, branco, laranja e verde, temos que $A + B + La + V = 10$. Nesse problema temos uma restrição adicional sobre os valores de A, B, La e V que são: $A \geq 1$, $B \geq 1$, $La \geq 1$ e $V \geq 1$. Para lidar com tais restrições, basta pensar assim: vamos começar pintando um carrinho de amarelo, um de branco, um de laranja e um de verde. Temos ainda que pintar mais 6 carrinhos usando as cores amarelo, branco, laranja e verde de tal forma que $A + B + La + V = 6$. O número de soluções inteiras e não negativas da equação: $A + B + La + V = 6$ que corresponde a $P_9^{6,3} = \frac{9!}{6!3!}$, que numericamente é igual a $C_{9,3} = C_{9,6}$

04. D

Se dividirmos o total de habitantes da região metropolitana de Fortaleza, que é 4.074.730, pela quantidade média de fios de cabelos que uma pessoa tem, que é aproximadamente 150000 fios, então teremos que, pelo menos 28 pessoas possuem a mesma quantidade de fios.

Vamos escolher os 5 membros da família que viajarão no primeiro horário disponível. Existem $C_{10,5} = \binom{10}{5} = 252$ de fazer essa escolha. Uma vez feito isso, já estão escolhidos os outros 5 membros que viajarão no segundo ônibus. Portanto, a resposta é 252.

EXERCITANDO EM CASA

01. D

Como a ordem entre as pessoas que irão fazer parte de cada grupo de trabalho não é levada em consideração, temos: $C_{5,1}+C_{5,2}+C_{5,3}+C_{5,4}+C_{5,5}=2^5-C_{5,0}=32-1=31$

02. E

Para montar seu sanduiche, Guilherme deve escolher o pão, o tamanho e o recheio.
Como ele não gosta de Parmesão, são 3 as opções para o pão.
Se ele só come sanduiches grandes, há apenas uma opção para o tamanho.
Para o recheio, ele deseja pelo menos 2, dentre as 7 opções distintas, logo, o número de possibilidades é igual a $C_{7,2}+C_{7,3}+C_{7,4}+C_{7,5}+C_{7,6}+C_{7,7}=2^7-C_{7,0}-C_{7,1}=120$.

A quantidade de formas distintas para Guilherme montar seu sanduiche é $3\text{x}1\text{x}120=360$

03. D

Inicialmente existem $\binom{10}{5}=252$ possíveis combinações.

A seguir o número de combinações passa a ser $\binom{10}{1}+\binom{10}{2}+\binom{10}{3}+\dots+\binom{10}{9}=2^{10}-\binom{10}{0}-\binom{10}{10}=1022$.

Portanto, foram adicionadas $1022-252=770$ combinações

04. D

Denotando os sabores por S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 e S_6 devemos determinar o número de soluções inteiras e não negativas da equação: $S_1+S_2+S_3+S_4+S_5+S_6=2$.

Uma de suas soluções é $1+1+0+0+0+0=2\rightarrow\bullet+\bullet+++++$. Como as outras soluções apresentam os mesmos elementos, 2 (●) e 5 sinais de (+), podemos concluir que o número total de soluções é $P_7^{2,5}$.

05. B

Sejam I_1, I_2, I_3, I_4 e I_5 o número de cotas que cada investidor irá ficar. Como todos compraram cotas, é que necessário que $I_1\neq 0$ e $I_2\neq 0$ e $I_3\neq 0$ e $I_4\neq 0$ e $I_5\neq 0$. Imagine que cada investidor já comprou uma das cotas. Agora, é necessário distribuir as 4 cotas restantes entre os 5 investidores. Isso corresponde ao número de soluções inteiras e não negativas da equação: $I_1+I_2+I_3+I_4+I_5=4$. Cada solução dessa equação apresenta, 4 (●) e 4 sinais de (+), em qualquer ordem. Logo, o número total de soluções é $P_8^{4,4}=\frac{8!}{4!4!}=70$.

06. B

Vamos representar a quantidade de moedas que cada uma das três pessoas irá receber respectivamente por A, B e C. O problema nos apresenta uma restrição sobre os valores de A, B e C. Devemos ter $A\geq 2, B\geq 2$ e $C\geq 2$. Para lidar com essa restrição, basta pensar assim: vamos distribuir 2 moedas para cada uma das três pessoas. Agora precisamos distribuir as 6 moedas que restam. O número de soluções inteiras e não negativas da equação: $A+B+C=6$ corresponde a $P_8^{6,2}=\frac{8!}{6!2!}=28$.

07. A

Considere uma maneira de escolher as balas para montar um saquinho. Representando respectivamente por H, C e D o número de balas de hortelã, caramelo e doce de leite, temos que $H+C+D=13$. Nesse problema temos uma restrição adicional sobre os valores de H e C, que são: $H\geq 3$ e $C\geq 2$. Para lidar com tais restrições, basta pensar assim: vamos colocar no saquinho 3 balas de hortelã e 2 de coco. Temos ainda que colocar mais 8 balas dentre os sabores hortelã, caramelo e doce de leite, de tal forma que $H+C+D=8$.

O número de soluções inteiras e não negativas da equação: $H+C+D=8$ que corresponde a $P_{10}^{8,2}=\frac{10!}{8!2!}=45$.

08. D

Sejam os grupos: A __ __ B __ __ C __ __ onde, A, B e C são os cabeças de chave e já estão definidos. Restam 6 times de modo que fique devemos distribuir 2 deles em cada grupo.

Para o 1º grupo, temos $C_{6,2} = \frac{6!}{2!4!} = 15$

Para o 2º grupo, temos $C_{4,2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$

Para o 3º grupo, temos $C_{2,2} = \frac{2!}{2!0!} = 1$

Logo, $15x6x1 = 90$

09. A

Vamos escolher, separadamente, os livros de cada caixa. Existem $C_{25,5} = \binom{25}{5}$ formas de escolher os 5 livros que serão colocados na caixa amarela. Uma vez feito isso, restam 20 livros. Agora, existem $C_{20,4} = \binom{20}{4}$ formas de escolher os livros que serão colocados na caixa preta. Depois disso, existem $C_{16,10} = \binom{16}{10}$ formas de escolher os $25 - 5 - 4 = 16$ livros que serão colocados na caixa verde, e por fim, existem $C_{6,6} = \binom{6}{6}$ maneiras de colocar os últimos 6 livros na caixa branca. Aplicando o Princípio Fundamental da Contagem, o total de maneiras de distribuir os livros nas caixas é igual a $\binom{25}{5}.\binom{20}{4}.\binom{16}{10}$

10. D

Existem somente 2 quartos com 5 lugares cada um deles. O número de formas de escolher os ocupantes do primeiro quarto é $C_{10,5} = \frac{10!}{5!5!} = 252$. Veja que as pessoas que não foram selecionadas, deverão ocupar o segundo quarto.

Mas os quartos são idênticos, portanto a solução do problema é $\frac{252}{2} = 126$