# MATEMÁTICA 3 – VOLUME 1
# RESOLUÇÕES

**AULA 1**
**EXERCITANDO EM SALA**

**01. C**
Seja $n$ o número de tábuas necessárias. Desse modo, como 10 cm = 100 mm, 14,935 m 14 935 mm e observando que haverá $n-1$ espaços de 15 mm entre as n tábuas, temos
$$100 \cdot n + 15 \cdot (n-1) = 14\,935 \Leftrightarrow 115 \cdot n = 14\,950$$
$$\Leftrightarrow n = 130.$$

**02. A**
Sabendo que $1\text{mL} = 1\text{cm}^3$, podemos concluir que 400 onças fluidas britânicas correspondem a $400 \cdot 28 = 11.200\text{mL}$, ou seja, $11.200\ \text{cm}^3$.

**03. D**
Sabendo que 1 m³ = 1 000 dm³, temos 0,00002 m³ = 0,02 dm³ = 0,02 L. Portanto, a resposta é $\frac{30}{12} \cdot 0{,}02 = 0{,}05\ \text{L}.$

**04. A**
Como $13 \cdot 10^3\ \text{ton} = 13 \cdot 10^9\ \text{g}$ e $200\ \text{mL} = 2 \cdot 10^{-1}\ \text{L}$, segue que o resultado pedido é igual a $\frac{13 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-1}}{21} \cong 124 \cdot 10^6\ \text{L}.$

**EXERCITANDO EM CASA**

**01. B**
Calculando:
$$\left.\begin{array}{l} 3 \text{ jardas} = 9 \text{ pés} = 9 \cdot \frac{1\,200}{3\,937} \text{ metros} \\ 2 \text{ pés} = 2 \cdot \frac{1\,200}{3\,937} \text{ metros} \\ 6 \text{ polegadas} = 0{,}5 \text{ pé} = 0{,}5 \cdot \frac{1\,200}{3\,937} \text{ metros} \end{array}\right\rangle \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 11{,}5 \cdot \frac{1\,200}{3\,937} = 3{,}5052 \text{ metros}$$

**02. C**
Se 16 onças equivalem a 1 libra e 0,4 onças equivalem a $x$ libras, então
$$\frac{x}{0{,}4} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow x = 0{,}025.$$

**03. B**
Sendo $25\ \text{m}^3 = 25\,000\ \text{dm}^3 = 25000\ \text{L}$, podemos concluir que o consumo diário por pessoa foi de $\frac{25\,000}{5 \cdot 30} \cong 167\ \text{L}$, ou seja, no limite do bom senso.

**04. D**
O volume de água que será consumido é igual a $150 \cdot 2 \cdot 10 = 3\,000\text{mL} = 3\,\text{L}$. Por conseguinte, ela deverá comprar duas garrafas do tipo IV.

**05. B**
$$96\ \text{km}^3 = 9{,}6 \cdot 10^{16}\ \text{cm}^3$$
$$0{,}92\ \text{g} = 0{,}92 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$$

Massa de $96\ \text{km}^3$ de gelo em quilogramas:
$$9{,}6 \cdot 10^{16} \cdot 0{,}92 \cdot 10^{-3} = 8{,}832 \cdot 10^{13}\ \text{kg}$$

**06. A**
Em cada tanque há 5 peixes para cada $1\,\text{m}^3 = 1\,000$ litros de água. Logo, se o criador possui 7 tanques, e a capacidade de cada tanque é de 14 600 litros de água, então o número total de peixes é dado por $5 \cdot 7 \cdot \frac{14\,600}{1\,000} = 511.$

Portanto, como cada peixe consome 1 litro de ração por semana, segue que a capacidade mínima do silo, em litros, para armazenar a quantidade de ração que garantirá a alimentação semanal dos peixes deve ser igual a 511.

**07. A**
Tem-se que, em potências de 2, a capacidade do disco seria de
$$500 \cdot \frac{75}{80} = 468{,}75\ \text{GB}.$$

Portanto, a resposta é 468 GB.

**08. B**
Lembrando que $1\,\text{m}^3 = 1\,000\,\text{L}$, tem-se que o resultado pedido é dado por:
$$2 \cdot 30 \cdot \left(90 \cdot \frac{6{,}25}{1\,000} - 16 \cdot \frac{6{,}25}{1\,000} - 0{,}9 \cdot 0{,}45\right) =$$
$$= 60 \cdot (0{,}5625 - 0{,}5050) = \text{R\$ } 3{,}45$$

**09. B**
Sabemos que
$96\ \text{km}^3 = 9{,}6\ .\ 10^{16}\ \text{cm}^3$ e $0{,}92\ \text{g} = 0{,}92\ .\ 10^{-3}\ \text{kg}$
Massa de 96 km³ do gelo, em quilogramas, equivale a $9{,}6\ .\ 10^{16}\ .\ 0{,}92\ .\ 10^{-3} = 8{,}832\ .\ 10^{13}$ kg

**10. A**
1 dracma = 0,355 cL
100 mL = 10 cL = (10 : 0,355) dracmas = 28 dracmas

**AULA 2**
**EXERCITANDO EM SALA**

**01. D**

$23{,}5min = 23min + 0{,}5min = 23min + 0{,}5x60seg =$
$= 23\min e\ 30seg$
$1{,}25h = 1h + 0{,}25h = 1h + 0{,}25x60min =$
$= 1h\ e\ 15min$
$23\min 30seg + 1h15\min + 39\min = 1h77\min 30seg =$
$= 2h17\min 30seg$

**02. D**

A patrulha A retorna a cada 35 minutos, enquanto a patrulha B retorna a cada 40 minutos.
Como não existiram ocorrências, basta calcularmos o MMC de 35 e 40.

Temos:
35 = 5.7
$40 = 2^3.5$

Daí, MMC(35, 40) = 280, ou seja, as patrulhas se encontrarão a cada 280 minutos, que equivale a 4 horas e 40 minutos.
Como as patrulhas saíram juntas às 14:50, podemos concluir que se encontrarão às 19:30.

**03. D**

66 x (1min12s) = 66min 792s. Como 792s = 13min12s, então Rubens levou 1 hora, 19 minutos e 12 segundos para terminar a prova.

**04. C**

Transformando o tempo de 1 min e 24 s em horas temos:
1min e 24s=1.60+24=84s

$84s=84.\frac{1}{3600}h$. Logo a velocidade será:

$$V=\frac{2{,}1}{\frac{84}{3600}}=90km/h$$

**EXERCITANDO EM CASA**

**01. B**

Do enunciado e da figura, o tempo gasto para percorrer 3 voltas é $105\,\text{min}$, ou seja, o tempo gasto para dar 1 volta é $\frac{1}{3}\cdot 105\text{ min} = 35\text{ min}$.

**02. C**

Cada ida ou volta de ônibus demora $\frac{30}{2}=15$ minutos. Se ele vai a pé e volta de ônibus em 1h15min, então cada ida ou volta a pé demora 1h. Indo e voltando a pé, ele gastará 2h.

**03. B**

$$124^o\ 3'\ 00'' = 124^o + 3\ .\ \frac{1}{60} = \boxed{124{,}05^o}$$

**04. C**

Considerando que o chuveiro consome 6,0 KW em 60 minutos, e que em 2 banhos de 10 minutos por dia durante 7 dias, corresponde a 2 x 10 x 7 = 140 minutos de banho. Então, o consumo foi de:

$$\frac{140x6}{60} = 14KW$$

**05. A**

$F = (G.m_1.m_2)/r^2$
$F\ .\ r^2 = G.m_1.m_2$, substituiremos as unidades
$(kg.m/s^2)\ .\ m^2 = G\ .\ kg\ .\ kg$
$kg\ .\ m\ .\ s^{-2}\ .\ m^2 = G\ .\ kg.\ kg$
$(kg\ .\ m^3\ .\ s^{-2}) : kg^2 = G$
$kg\ .\ m^3\ .\ s^{-2}\ .\ kg^{-2} = G$
$kg^{-1}\ .\ m^3\ .\ s^{-2} = G$

**06. D**

Calculando:

$$\text{Pegada Hídrica} = 17\ m^3/kg$$

$$n^o\text{quilogramas de chocolate} = \frac{365}{5} = 73\ kg$$

$$N = 73\cdot 17 = 1241\ m^3$$

**07. C**

Sabendo que uma hora corresponde a 60 minutos temos:
$(7\times 60)+13+22 = 455$ minutos.

Note que para as 22h faltam treze minutos, das 22h as 05h são sete horas e mais vinte e dois minutos.

**08. A**

Como errou, Carlinhos escreveu na ficha que havia nascido em 2005 – 56 = 1949, sendo que o correto seria 1994, ou seja, sua idade era, em agosto de 2005, 2005 – 1994 = 11 anos.

**09. C**

O automóvel percorreu 0,5 m em 0,024 s, logo sua velocidade era de:

$1\text{min e }24s = 1.60 + 24 = 84s$

$84s = 84.\frac{1}{3\ 600}h.\text{ Logo, a velocidade será:}$

$$v=\frac{2{,}1}{\frac{84}{3\ 600}}=90km/h$$

Logo receberá uma multa grave.
Com a redução em 10 km/h, ficou a 65 km/h (multa média).

**10. C**

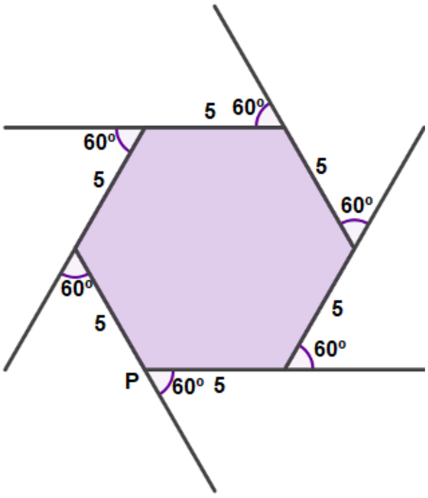
Da meia-noite às seis horas da manhã serão desperdiçados

$$\frac{6\cdot 3600}{3}\cdot 0{,}2mL = 1440mL \cong 1{,}4\ L.$$

**AULA 3**

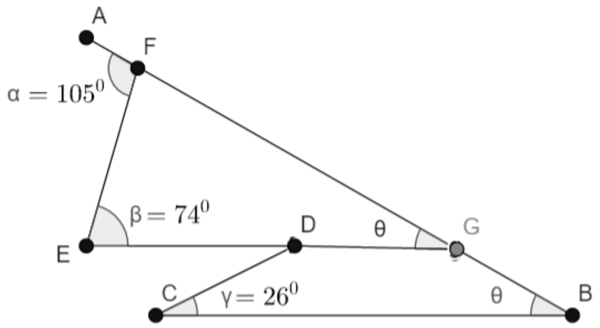
**EXERCITANDO EM SALA**

**01. D**




**02. B**

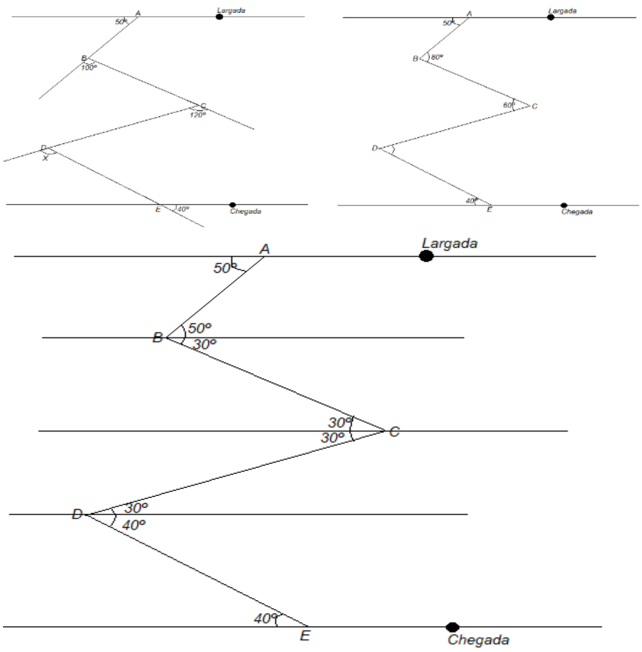
Seja G o ponto de intersecção do segmento AB com o prolongamento do segmento DE. Como BC//DE, temos que os ângulos B e G são correspondentes, portanto congruentes. Veja a figura:




No triangulo EFG o ângulo F é igual a $180^0 - 105^0 = 75^0$, e ainda:

$75^0 + 74^0 + \theta = 180^0 \rightarrow \theta = 31^0$.

**03. D**




*Observe que o ângulo agudo em D, suplementar de X é 70º, logo o ângulo X é 110º e ainda que estando sobre o segmento CD, deverá girar 110º à esquerda (anti-horário) para daí seguir até o ponto de checagem E.*

**04. B**

Pelo Teorema De Tales, segue que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}} = \frac{\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}}{\overline{A'B'}+\overline{B'C'}+\overline{C'D'}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{40}{\overline{A'B'}} = \frac{30}{\overline{B'C'}} = \frac{20}{\overline{C'D'}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \overline{A'B'} = 60\text{ m} \\ \overline{C'D'} = 30\text{ m} \end{array} \right. .$$

Em consequência, a resposta é

$\overline{A'B'} - \overline{C'D'} = 60 - 30 = 30$ m.

**EXERCITANDO EM CASA**

**01. E**

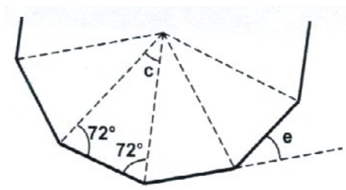
Considerando *NO* a origem e o sentido anti-horário o dos arcos positivos, tem-se que inicialmente a posição da câmera é 45°. Desse modo, após as três mudanças, a câmera estará na posição $45° + 135° - 60° + 45° = 165°$. Em consequência, a resposta é 165° no sentido horário.

**02. C**

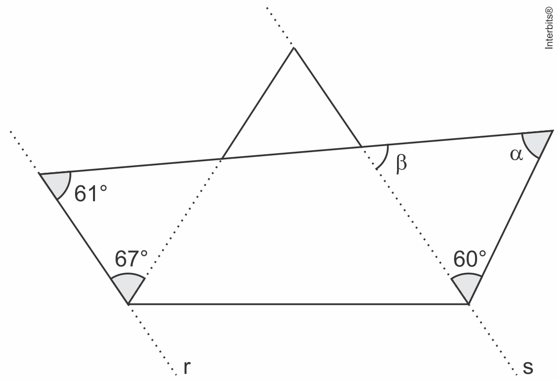
Observe na figura a seguir que em cada vértice há uma mudança de direção no lado do polígono. O valor, em graus, de cada giro é a medida do ângulo ê. Calculando o valor de ê, temos:

$72^0 + 72^0 + ê = 180^0$. Logo $ê = 36^0$.

$n \cdot 36^0 = 360^0$, logo $n = 10$.




**03. E**




$r // s \Rightarrow \beta = 61°$

Logo, $\alpha + 61° + 60° = 180° \Rightarrow \alpha = 59°$

**04. D**

$\hat{G} + 30^0 = 68^0 + 74^0 \rightarrow \hat{G} = 112^0$

**05. D**

Observe que:

Do fato de $\overline{CD}//\overline{EF}$, temos que $\hat{F}=\alpha$

Do fato de $med(\overline{AB})=med(\overline{BC})$, temos que $A\hat{C}B=\theta$

Do fato de $\overline{BC}//\overline{DE}$, temos $\hat{E}=\theta+\beta$

Como a soma dos ângulos internos de um triangulo é $180°$, temos:

$$\theta+\alpha+\theta+\beta=180\Rightarrow\theta=\frac{180°-\alpha-\beta}{2}$$

**06. B**

$$\frac{b+2}{30}=\frac{32}{24}\to b=38\text{ m}$$

**07. E**

Por Tales $\frac{y}{180}=\frac{150}{120}\ \therefore\ y=225\text{ m}$, aplicando Tales novamente $\frac{x}{200}=\frac{225}{150}\ \therefore\ x=300\text{ m}$.

A distância do ponto A até B será 300 + 150 + 225 = 675 m.

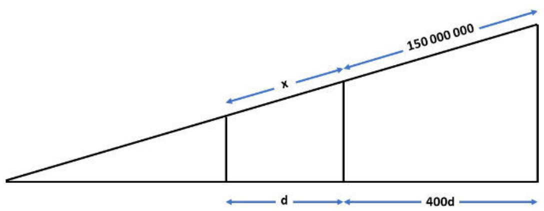
**08. C**

Pelo Teorema de Tales, segue que

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}\Leftrightarrow\frac{x}{90}=\frac{80}{100}\Leftrightarrow x=72\text{ m}.$$

**09. A**

A situação pode ser representada conforme a figura abaixo:

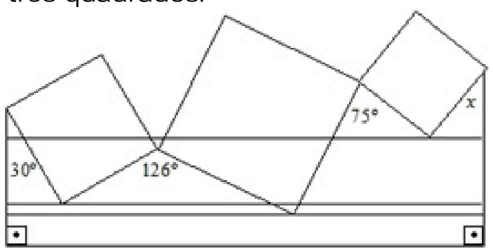



Como os segmentos de reta são paralelos, pelo teorema de Tales temos a seguinte proporção:

$$\frac{x}{150000000}=\frac{d}{400d}\to x=375.00\ km$$

**10. A**

Trace retas horizontais pelos vértices mais baixos dos três quadrados:




Então os ângulos à esquerda e à direita do vértice do quadrado da esquerda são 60º e 30º, respectivamente; os ângulos à esquerda e à direita do vértice do quadrado do meio são, respectivamente, 180º – 126º – 30º = 24º e 90º – 24º = 66º; os ângulos à esquerda e à direita do vértice do quadrado da direita são, respectivamente, 180º – 75º – 66º = 39º e 90º – 39º = 51º. Enfim, no triângulo retângulo com um dos ângulos igual a x, temos x = 90º – 51º = 39º.

## AULA 4

## EXERCITANDO EM SALA

**01. C**

Pela condição de existência do triângulo temos que um lado deve ser menor que a soma dos outros dois. Assim, podemos afirmar que: $6<AD+BD,\ 4<AD+CD,\ 7<BD+CD$.

Somando membro a membro as inequações temos:

$$6+4+7<2.(AD+BD+CD)\to$$
$$\to AD+BD+CD>8,5$$

Para cercar os três terrenos temos que:

$$AB+BC+AC+AD+BD+CD=$$
$$=6+7+4+8,5=25,5m$$

Logo a menor quantidade inteira será 26 metros.

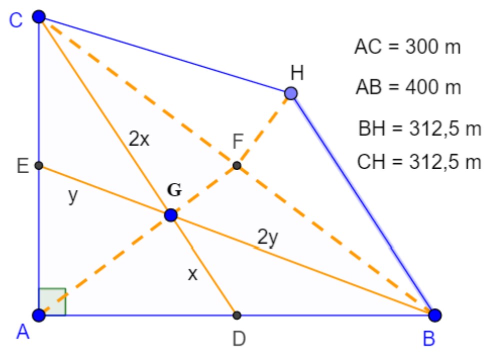
**02. B**

Pela figura temos:

$$\frac{CG}{CD}=\frac{2x}{3x}\to CG=\frac{2}{3}CD \text{ e } \frac{DG}{CD}=\frac{x}{3x}\to DG=\frac{1}{3}CD$$
$$\frac{BG}{BE}=\frac{2y}{3y}\to BG=\frac{2}{3}BE \text{ e } \frac{EG}{BE}=\frac{y}{3y}\to EG=\frac{1}{3}BR$$

Concluímos então que G é o baricentro do triângulo, AF, BE, e CD são medianas, e os pontos D, E e F são pontos médios.

Como o triângulo ABC é retângulo, temos que BC = 500 m, e a mediana relativa a hipotenusa mede a metade dela. Logo AF = 250 m.



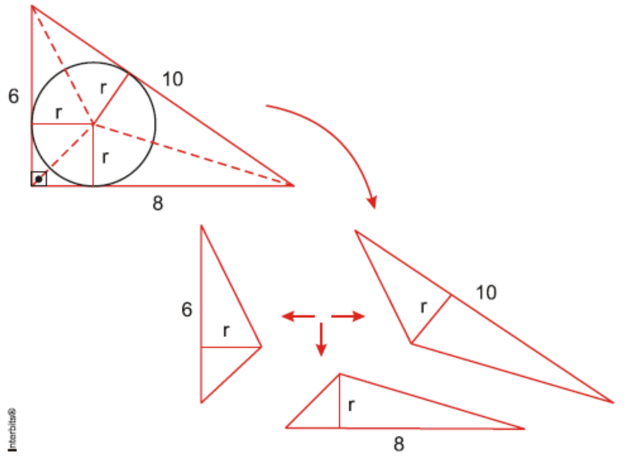

Como o triângulo BCH é isósceles, BH = CH, e F é ponto médio de BC, concluímos que o triângulo BFH é retângulo. Logo:

$$BH^2=FH^2+BF^2\to(312,5)^2=$$
$$=FH^2+250^2\to FH=187,5\text{ m}$$

AF + FH + BC = 250 + 187,5 + 500 = 937,5 m

Custo = 937,5 x 2 = 1875,00

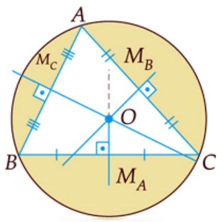
**03. B**
O ponto interno que equidista dos três lados é o incentro. Além o triangulo é retângulo de catetos 6 e 8. Dividindo-se o triangulo conforme a figura, obteremos três triângulos de altura r.




A área do triangulo maior é igual a soma das áreas e dos triângulos menores, e assim, podemos dizer que:

$$\frac{6.8}{2} = \frac{r.6}{2} + \frac{r.8}{2} + \frac{r.10}{2} \rightarrow r = 2\ cm$$

**04. C**
O ponto de encontro das mediatrizes dos lados dos triângulos chama-se circuncentro (O).




O **circuncentro** representa o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.

Marcando três pontos na circunferência, determinamos os vértices de um triângulo inscrito na mesma. O centro da moeda é o circuncentro do triângulo obtido.

## EXERCITANDO EM CASA

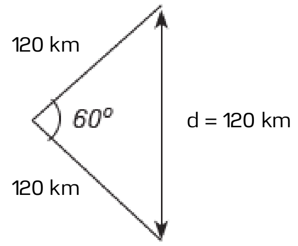
**01. C**
Se $\overline{AD} = \overline{DB}$, então $D\hat{A}B \equiv D\hat{B}A$. Ademais, AD é bissetriz de $B\hat{A}C$ e, portanto, temos $D\hat{B}A = \frac{1}{2} \cdot B\hat{A}C$.
Sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a $180°$, vem

$$A\hat{B}C + B\hat{C}A + B\hat{A}C = 180° \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot B\hat{A}C + B\hat{A}C + 60° = 180°$$
$$\Leftrightarrow B\hat{A}C = 80°.$$

**02. A**
Sejam a e b as quantidades de palitos em cada um dos outros dois lados do triângulo. Tem-se que os possíveis valores de (a, b) são: (1, 10), (2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6). Mas, pela condição de existência de um triângulo, só pode ser (3, 8), (4, 7), (5, 6).

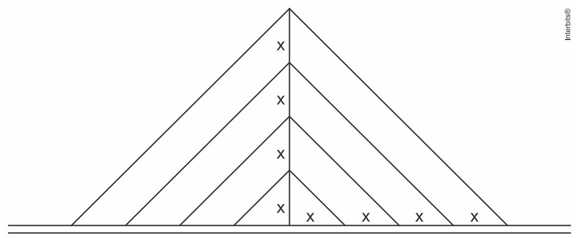
**03. C**
Se AC = R, temos o triângulo AFC equilátero. Logo, $\theta = 60$.

**04. D**
Às 22 horas o navio A terá percorrido 8.15 = 120 km, e o navio B, 2.60 = 120 km. O triângulo abaixo representa essa situação:




Como o triângulo é equilátero, conclui-se que a distância que separa os navios é de 120 km.

**05. A**
Calculando:




$$\frac{1400}{2} = x\sqrt{2} + 2x\sqrt{2} + 3x\sqrt{2} + 4x\sqrt{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 700 = 10x\sqrt{2} \Rightarrow x = 49{,}64$$

**06. B**
Seja P' o pé da perpendicular baixada de P sobre a reta $\overline{AA'}$. É fácil ver que $P'\hat{A}P = 60°$. Daí, como $P'\hat{A}P$ é ângulo externo do triângulo $AA'P$, segue-se que $A\hat{A'}P = 30°$, o que implica em $\overline{AA'} = \overline{AP} = 8$ km. Portanto, a velocidade do avião no trecho $AA'$ era de $\frac{8}{\frac{2}{60}} = 240 \text{km/h}$.

**07. A**
A base x da pirâmide deve estar entre os seguintes valores, de acordo com a desigualdade triangular:
12 – 8 < x < 12 + 8 → 4 < x < 20
10 – 8 < x < 10 + 8 → 2 < x < 18
12 – 10 < x < 12 + 10 → 2 < x < 22
As 3 sentenças têm em comum 4 < x < 18; de 5 a 17 são (17 – 5) + 1 = 13 valores inteiros; retirando os valores 8, 10 e 12, teremos 13 – 3 = 10 valores.

**08. A**

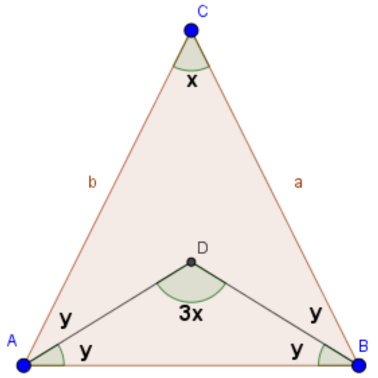
D é equidistante de A e B, portanto D está sobre a mediatriz de AB.

D está a 10 km de C, logo sobre a circunferência centrada em C e de raio 10 km, o que na escala corresponde a $\frac{10\text{km}}{100000} = \frac{1000000\text{cm}}{100000} = 10\text{cm}$.

Logo D será um dos dois pontos de intersecção da mediatriz de AB e da circunferência centrada em C e de raio 10 cm.

**09. E**

Pela figura, temos: $x + 2y + 2y = 180^0$, e $3x + y + y = 180^0$.




Logo: $x + 2y + 2y = 3x + y + y$, $x = y$.

Como $x + 4y = 180^0$, então $x + 4x = 180^0$.

$x = 36^0$

**10. A**

Entre os estágios 1 e 3, em qualquer instante, o segmento de reta MO corresponde à mediana do triângulo retângulo cuja hipotenusa tem comprimento igual ao comprimento da viga. Desse modo, como a mediana mede metade da hipotenusa, e esta é constante, segue que a resposta é o gráfico da alternativa [A].

**AULA 5**

**EXERCITANDO EM SALA**

**01. B**

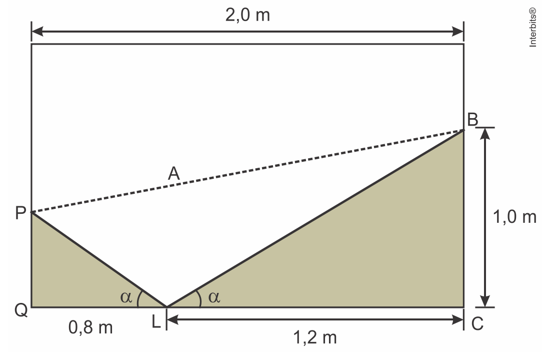
O mosaico que possui as características daquele que se pretende construir é o 2. De fato, pois os triângulos $30°, 60°, 90°$ são congruentes e o triângulo $30°, 30°, 120°$ é isósceles.

No mosaico 1, o triângulo $30°, 30°, 120°$ é isósceles, mas os triângulos $30°, 60°, 90°$ não são congruentes.

No mosaico 3, os triângulos $22°, 68°, 90°$ são congruentes, mas o triângulo $44°, 46°, 90°$ não é isósceles.

Nos mosaicos 4 e 5 não é possível formar um triângulo retângulo com as três peças.

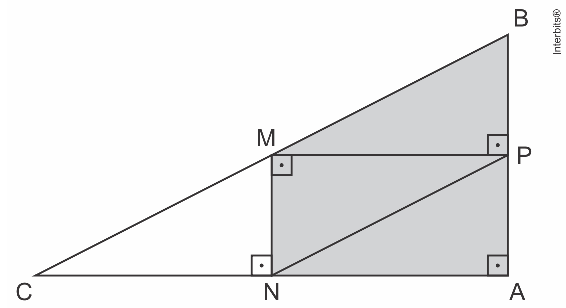
**02. A**




$$\Delta PQL \sim \Delta BCL \Rightarrow \frac{PQ}{1} = \frac{0,8}{1,,2} \Rightarrow PQ = (0.666666...)\ \text{m}$$

Ou seja, aproximadamente 67 cm.

**03. E**




$MN = BP = NA$

$MP = CN = NA$

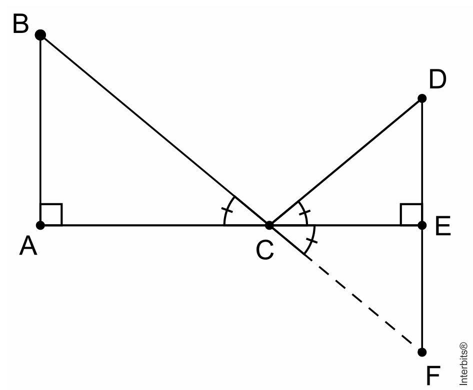
$B\hat{P}C = N\hat{M}C = N\hat{M}P = D\hat{A}N = 90°$

Portanto, os triângulos $CNM, NAP, PMN$ e $MPB$ são congruentes pelo caso L.A.L.

Logo, a área do quadrilátero $MBAN$ é o triplo da área do triângulo $MNC$.

**04. B**

Sabendo que a soma $\overline{BC} + \overline{CD}$ é mínima quando os pontos $A, C$ e $F$ estão alinhados, considere a figura.




Desde que os triângulos ACD e ECD são semelhantes por AA, temos

$$\frac{\overline{AC}}{30 - \overline{AC}} = \frac{15}{10} \Leftrightarrow \overline{AC} = 18\text{cm}.$$

Logo, pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \Rightarrow \overline{BD}^2 = 15^2 + 18^2$$
$$\Rightarrow \overline{BD} = 3\sqrt{61}\,\text{cm}.$$

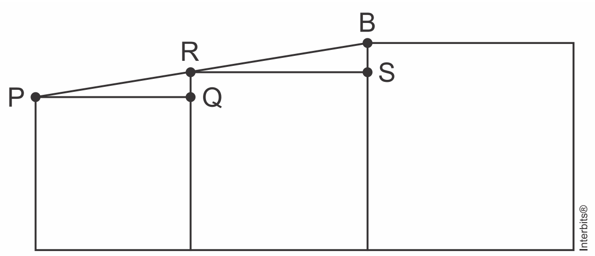
Portanto, novamente da semelhança dos triângulos ACD e ECD, encontramos

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} \Leftrightarrow \frac{\overline{BC}+\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AB}+\overline{DE}}{\overline{AB}}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\overline{BC}+\overline{CD}}{3\sqrt{61}} = \frac{15+10}{15} \Leftrightarrow \overline{BC}+\overline{CD} = 5\sqrt{61}\,\text{cm}.$$

**EXERCITANDO EM CASA**

**01. C**

Considere a figura.

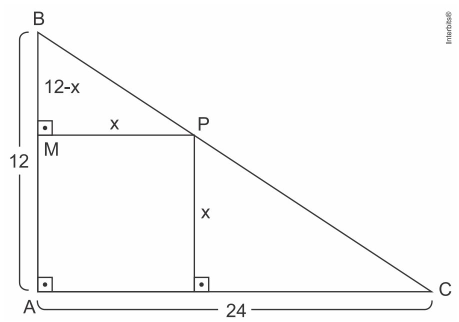



Seja $\overline{RS} = x$ o lado do quadrado intermediário.
Os lados dos quadrados menor e maior medem, respectivamente, $\sqrt{36} = 6\,\text{cm}$ e $\sqrt{64} = 8\,\text{cm}$. Ademais, da semelhança dos triângulos PQR e RSB, temos

$$\frac{\overline{BS}}{\overline{RQ}} = \frac{\overline{RS}}{\overline{PQ}} \Leftrightarrow \frac{8-x}{x-6} = \frac{x}{6}$$
$$\Leftrightarrow 48 - 6x = x^2 - 6x$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 48.$$

A resposta é $48\,\text{cm}^2$.

**02. D**




$$\Delta BMP \sim \Delta BAC \Rightarrow \frac{12-x}{12} = \frac{x}{24} \Rightarrow$$
$$x = 24 - 2x \Rightarrow 3x = 24 \Rightarrow x = 8$$

Portanto, a área A do quadrado, será:
$$A = 8^2 = 64\ \text{cm}^2$$

**03. C**

$$\frac{1}{0{,}005} = \frac{x}{15} \Leftrightarrow x = \frac{15}{0{,}005} \Leftrightarrow x = 3000\ \text{mm} = 3\ \text{m}$$

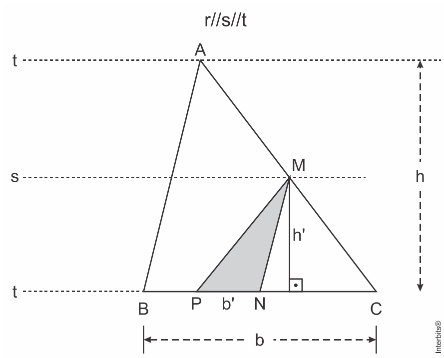
**04. A**

Sendo os triângulos retângulos semelhantes por AA e $\overline{BC} = 1{,}6\ \text{m}$, temos:

$$\frac{\overline{CD}}{3} = \frac{1{,}6}{8} \Leftrightarrow \overline{CD} = 0{,}6\ \text{m}.$$

**05. C**

De acordo com as informações do problema e com a figura a seguir, podemos escrever que:




A área do triângulo ABC é $72\ \text{cm}^2$.

$$\frac{1}{2}\cdot b\cdot h = 72 \Rightarrow b\cdot h = 144$$

Utilizando o Teorema de Tales, temos:
$$\frac{h'}{h} = \frac{MC}{AC} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{1}{2} \Rightarrow h' = \frac{h}{2}$$

Portanto, a área do triângulo MNP será dada por:
$$A = \frac{1}{2}\cdot b'\cdot h' = \frac{1}{2}\cdot\frac{b}{4}\cdot\frac{h}{2} = \frac{144}{16} = 9\ \text{cm}^2$$

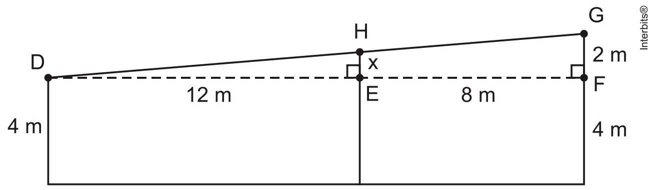
**06. D**

Se os lados AB e BC medem 80 e 100 metros, então o lado AC mede 60 metros (Teorema de Pitágoras). Sabe-se também que os segmentos CM e BM são iguais e medem 50 metros, pois MP é mediatriz da hipotenusa. Como o triângulo ABC é semelhante ao triângulo PMB, pode-se escrever:

$$\frac{100}{PB} = \frac{50}{80} \to PB = \frac{125}{2}\ \text{m}$$
$$AP = 80 - \frac{125}{2} \to AP = \frac{35}{2}\ \text{m}$$
$$\frac{MP}{60} = \frac{50}{80} \to MP = \frac{75}{2}\ \text{m}$$
$$P_{lote1} = 60 + 50 + \frac{75}{2} + \frac{35}{2} \to P_{lote1} = 165\ \text{m}$$
$$P_{lote2} = 50 + \frac{75}{2} + \frac{125}{2} \to P_{lote2} = 150\ \text{m}$$

Portanto, a razão entre os perímetros dos lotes I e II será: $\frac{P_{lote1}}{P_{lote2}} = \frac{165}{150} = \frac{11}{10}$.

**07. D**

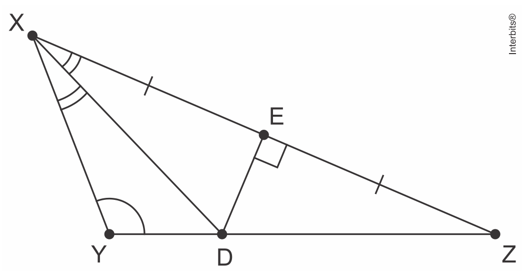



Traçando $DF \parallel AC$, temos que os triângulos DHE e DGF são semelhantes por AAA.
Se $\overline{HE} = x$, vem:

$$\frac{x}{2} = \frac{12}{20} \Rightarrow x = 1{,}2\text{ m}.$$

Assim, a altura do suporte em B é:
$4 + x = 4 + 1{,}2 = 5{,}2\text{ m}.$

**08. D**
Considere a figura.




Desde que $\overline{XE} = \overline{EZ}$, DE é lado comum e $X\hat{E}D \equiv Z\hat{E}D$, podemos concluir que DEX e DEZ são congruentes por LAL. Em consequência, o triângulo DXZ é isósceles de base XZ e, portanto, temos $Y\hat{X}Z = 2 \cdot Y\hat{Z}X$.
Portanto, de imediato segue que

$$Z\hat{Y}X + Y\hat{X}Z + X\hat{Z}Y = 180° \Leftrightarrow 105° + 3 \cdot X\hat{Z}Y = 180°$$
$$\Leftrightarrow X\hat{Z}Y = 25°.$$

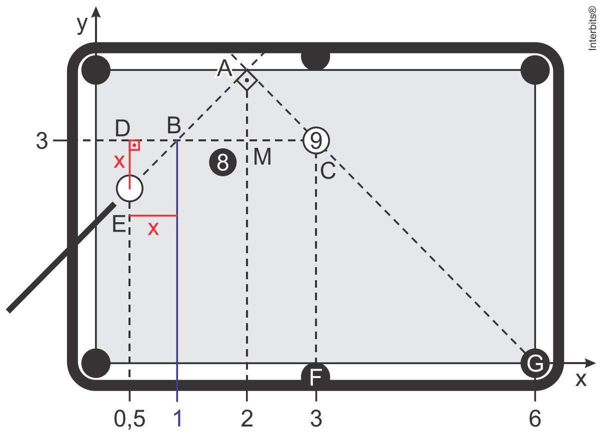
**09. C**
É fácil ver que os triângulos AEC e BED são semelhantes. Logo:

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = \frac{4}{6}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\overline{AF} + \overline{BF}}{\overline{AF}} = \frac{2+3}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{AF} + \overline{BF}} = \frac{2}{5}.$$

Além disso, como os triângulos AEF e ABD também são semelhantes, vem:

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AF}}{\overline{AF} + \overline{BF}} = \frac{\overline{EF}}{6}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\overline{EF}}{6} = \frac{2}{5}$$
$$\Leftrightarrow \overline{EF} = 2{,}4\text{ m}.$$

**10. E**
Considerando os dados do enunciado:




$$\Delta ABC \approx \Delta CFG \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$$
$$\overline{BM} = \overline{CM} \Rightarrow \overline{BM} = 1 \Rightarrow B(1;\, 3)$$
$$\Delta ABC \approx \Delta DBE$$
$$\overline{DE} = \overline{DB} \Rightarrow \overline{DE} = 0{,}5 \Rightarrow E(0{,}5;\, 2{,}5)$$

**AULA 6**
**EXERCITANDO EM SALA**
**01. B**
Com os dados da figura, pode-se escrever:

$$\text{tg } 30° = \frac{\overline{BA}}{\overline{BC}} \to \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\overline{BA}}{6\sqrt{3}} \to \overline{BA} = 6$$

Ainda, pelo Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{BA}^2 \to \overline{AC}^2 =$$
$$= \left(6\sqrt{3}\right)^2 + 6^2 \to \overline{AC}^2 = 144 \to \overline{AC} = 12$$

E finalmente pelo teorema da bissetriz interna:

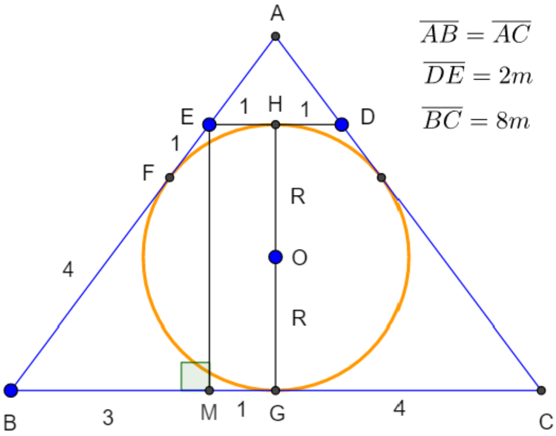
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{PC}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{PA}} \to \frac{6\sqrt{3}}{\overline{PC}} = \frac{6}{12 - \overline{PC}} \to 72\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \cdot \overline{PC} =$$
$$= 6 \cdot \overline{PC} \to 6 \cdot \overline{PC} \cdot \left(1 + \sqrt{3}\right) = 72\sqrt{3}$$
$$6 \cdot \overline{PC} = \frac{72\sqrt{3}}{\left(1+\sqrt{3}\right)} \cdot \frac{\left(1-\sqrt{3}\right)}{\left(1-\sqrt{3}\right)} \to 6 \cdot \overline{PC} = -36\sqrt{3}\left(1-\sqrt{3}\right) \to$$
$$\to \overline{PC} = 18 - 6\sqrt{3} \to \overline{PC} = 6\left(3 - \sqrt{3}\right)$$

**02. C**
Calculando:

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= 7+7+4 = 18 \\ p_2 &= 3{,}5+3{,}5+2 = 9 \\ p_3 &= 1{,}75+1{,}75+1 = 4{,}5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow PG \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

**03. D**

Pelo teorema dos segmentos tangentes temos que $\overline{BG} = \overline{BF} = 4$ e $\overline{EH} = \overline{EF} = 1$, veja a figura.




No triangulo retângulo BME, de hipotenusa BE = 5 e cateto BM = 3, concluímos que o cateto EM mede 4 m. Como o cateto EM = 4 é o dobro do raio, temos que R = 2 m.

Calculando o volume da piscina temos:

$V = (\text{Área da base}) \times (\text{altura}) =$

$= 3.2^2.1 = 12\ m^3 = 12.000\ dm^3$ ou L

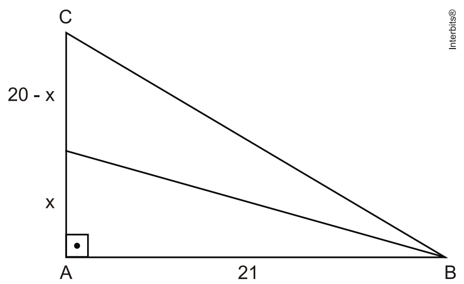
**04. D**

Se um quadrilátero convexo é circunscritível, a soma de dois lados opostos é igual a soma dos outros dois. Assim:

EF + GH = FG + EH = 15 x 48 = 720 m

**EXERCITANDO EM CASA**

**01. A**




Admitindo $AD = x$.

$BC^2 = 20^2 + 21^2 \Rightarrow BC = 29$

Utilizando o teorema da bissetriz interna, temos:

$$\frac{21}{x} = \frac{29}{20 - x} \Rightarrow x = \frac{42}{5}$$

**02. D**

Pelo Teorema da Bissetriz Interna, temos:

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = 2 \cdot \overline{CD}.$$

Desse modo, pelo Teorema de Pitágoras, vem:

$$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow (2 \cdot \overline{CD})^2 = \left(\overline{CD} + \frac{1}{2}\right)^2 + 1^2$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot \overline{CD}^2 - \overline{CD} - \frac{5}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \overline{CD} = \frac{5}{6}\ \text{u.c.}$$

Portanto:

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{5}{6}$$

$$= \frac{4}{3}\ \text{u.c.}$$

**03. B**

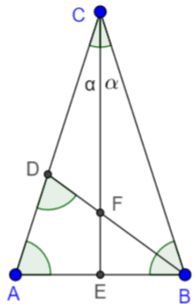
Seja 2p o perímetro desejado. Como os triângulos são semelhantes e o perímetro do primeiro triângulo é igual a 13 + 14 + 15 = 42 cm, temos:

$$\left(\frac{2p}{42}\right)^2 = \frac{336}{84} \Leftrightarrow \left(\frac{2p}{42}\right)^2 = 4$$

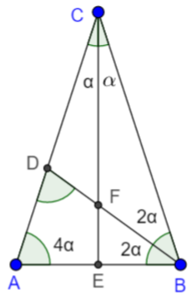
$$\Rightarrow 2p = 84\,\text{cm}.$$

**04. D**

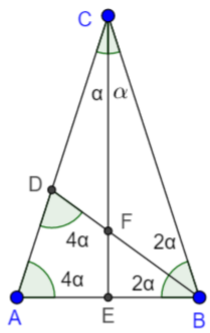
Representando o ângulo BCF por α, temos que o ângulo C mede 2α, pois CF é bissetriz.




Como os ângulos A e B medem o dobro de C, e BD é bissetriz do ângulo B, temos:

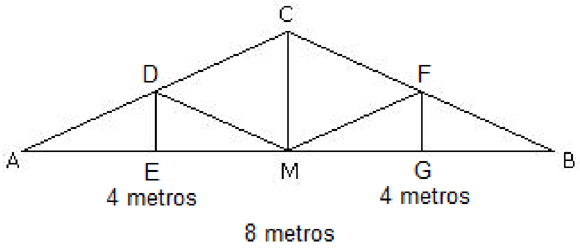



O ângulo D, externo do triangulo BDC, é igual a soma dos ângulos internos não adjacentes. Logo: D = 2α + 2α = 4α



Os triângulos ABD e BCD são isósceles, logo AB = BD = CD.
AB + BD + CD = 100 + 100 + 100 = 300 m

**05. D**




Se o caimento é 75%, então $CM = \frac{75}{100}.4 = 3m$.
Por Pitágoras no triângulo AMC, obtemos AC = 5m.
D e E são pontos médios, portanto DE é base média do triângulo AMC, portanto $DE = \frac{3}{2} = 1,5m$.

Como D é ponto médio de AC, então $AD = \frac{5}{2} = 2,5m$.

Observe finalmente que os triângulos ADE e MDE são congruentes, logo DM = AD = 2,5m.
Total de gasto na treliça:
AB + AC + BC + DM + FM + DE + FG + CM =
8 + 5 + 5 + 2,5 + 2,5 + 1,5 + 1,5 + 3 = 29 m.

**06. D**
Pelo Teorema da Bissetriz Interna, temos que

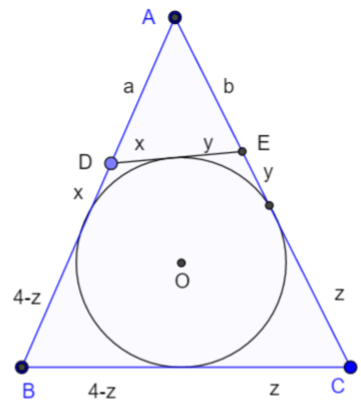
$$\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$$
$$\Leftrightarrow \overline{AC} = 2\cdot\overline{CD}.$$

Desse modo, pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow (2\cdot\overline{CD})^2 = \left(\overline{CD} + \frac{1}{2}\right)^2 + 1^2$$
$$\Leftrightarrow 3\cdot\overline{CD}^2 - \overline{CD} - \frac{5}{4} = 0$$
$$\Rightarrow \overline{CD} = \frac{5}{6}\text{ u.c.}$$

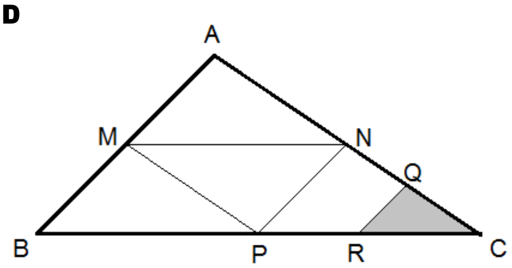
Portanto,
$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$$
$$= \frac{1}{2} + \frac{5}{6}$$
$$= \frac{4}{3}\text{ u.c.}$$

**07. B**
O perímetro do triangulo ADE é igual a: a + x + y + b.
Como o perímetro do triangulo ABC é igual a 10 e BC = 4, temos que AB + AC = 6. Assim:
(a + x + 4 – z) + (b + y + z) = 6, e concluímos que: a + x + y + b = 2.



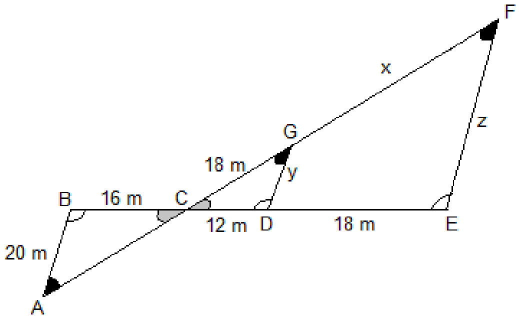

**08. C**
Considerando x a altura do prédio, temos:
$\Delta ABF \sim \Delta ACE$
$$\frac{20}{20+x} = \frac{1}{4}$$
$$x = 60\text{ m}$$

**09. D**




Como N e P são pontos médios dos lados AC e BC, então NP é base média do triângulo ABC relativa ao lado BC.
Ainda temos que o triângulo NPC é semelhante ao triângulo ABC com razão de semelhança igual a 1/2.
Com isso podemos afirmar que a área do triângulo NPC é 1/4 da área do triângulo ABC, logo 60 ha : 4 = 15 ha.
Usando raciocínio análogo, teremos que QR é base média do triângulo NPC, daí o triângulo QRC é semelhante ao triângulo NPC com razão de semelhança 1/2 e portanto razão entre as áreas sendo 1/4, daí a área do triângulo QRC será 15ha : 4 = 3,75 ha.

**10. E**




$\Delta ABC \sim GDC$

$$\frac{20}{y} = \frac{16}{12} \therefore y = 15$$

$\Delta GDC \sim FEC$

$$\frac{y}{z} = \frac{12}{12+18} \therefore \frac{15}{z} = \frac{12}{30} \therefore z = 37,5$$

$\Delta GDC \sim FEC$

$$\frac{18}{x+18} = \frac{12}{12+18} \therefore \frac{18}{x+18} = \frac{12}{30} \therefore x = 27$$

Perímetro do terreno III: 27 + 15 + 18 + 37,5 = 97,5 m

Total da construção: 97,5 x R$ 200 = R$ 19 500,00