MATEMÁTICA 3 – VOLUME 3
RESOLUÇÕES – EXERCITANDO EM CASA

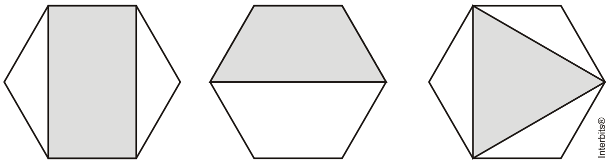
AULA 21

01. A

A soma dos ângulos internos de um octógono é dada por:

$S_i = 180° \times (8-2) = 1080°$

02. C



Não será possível construir um quadrado.

03. B

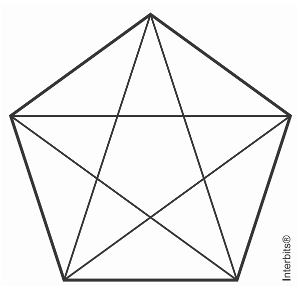
Como um hexágono regular possui como soma dos ângulos internos 720º e cada ângulo mede 120º logo o ângulo B mede 120º e como o novo hexágono é traçado nos pontos médios temos que A'B = BB' e assim o triangulo A'B'B é isósceles.

Nesse sentido, sabendo que o ângulo B mede 120º tem-se que os outros dois ângulos possuem a mesma medida e assim:

$$A' + B' + 120° = 180° \Rightarrow \begin{cases} A' = 30° \\ B' = 30° \end{cases}$$

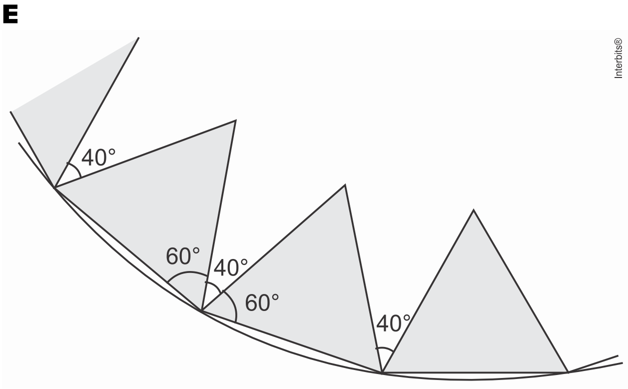
04. A

Contando as diagonais temos:



Cinco diagonais.

05. E



A medida de cada um dos ângulos internos do polígono será $60° + 60° + 40° = 160°$.

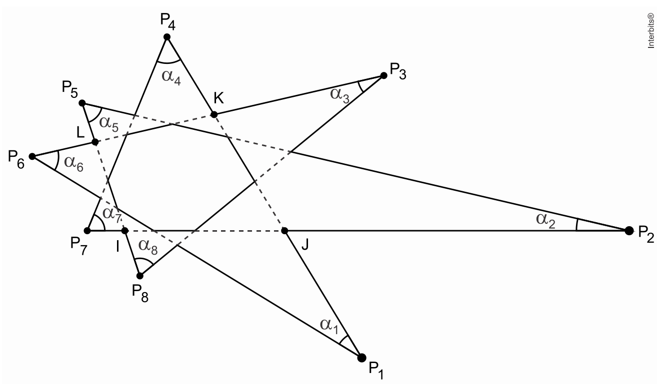
Portanto, cada um de seus ângulos externos será de 20º. Admitindo que n é o número de lados do polígono regular, podemos escrever:

$$\frac{360°}{n} = 20° \Rightarrow n = \frac{360°}{20°} \Rightarrow n = 18$$

Logo, o número de triângulos será igual ao número de lados, ou seja 18.

06. B

Considere o quadrilátero IJKL da figura.



Dos triângulos $P_1P_6K, P_2P_5I, P_3P_8L$ e P_4P_7J, tem-se, respectivamente, que

$P_1\hat{K}P_6 = 180° - (\alpha_1 + \alpha_6)$,

$P_2\hat{I}P_5 = 180° - (\alpha_2 + \alpha_5)$,

$P_3\hat{L}P_8 = 180° - (\alpha_3 + \alpha_8)$

e

$P_4\hat{J}P_7 = 180° - (\alpha_4 + \alpha_7)$.

Em consequência, desde que a soma dos ângulos internos do quadrilátero IJKL é igual a 360º, vem

$$180° - (\alpha_1 + \alpha_6) + 180° - (\alpha_2 + \alpha_5) + 180° - (\alpha_3 + \alpha_8) +$$
$$+ 180° - (\alpha_4 + \alpha_7) = 360° \Leftrightarrow$$
$$\sum_{n=1}^{8} \alpha_n = 360°.$$

07. B

A diagonal IJ cruza liga vértices opostos do hexágono. Como existem apenas 6 vértices, há apenas mais duas diagonais possíveis ligando vértices opostos (portanto tendo o mesmo comprimento) – NQ e MP.

08. C

Calculando:

pentágono regular $\Rightarrow$ z é ângulo interno

$$S_{internos} = 180° \cdot (n-2) = 180° \cdot (5-2) = 540°$$

$$z = \frac{S_{internos}}{n} = \frac{540°}{5} = 108°$$

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 180° \\ x = y \end{array}\right\rangle \Rightarrow 2x + 108 = 180 \Rightarrow x = y = 36°$$

09. B

Se $\overline{PQ}$ é o lado de um hexágono regular de lado 3 cm, então o ângulo $P\hat{O}Q$ é igual a 60º, e o triângulo PQO é equilátero. Logo, os segmentos $\overline{PO}$ e $\overline{QO}$ são iguais ao raio da circunferência e iguais a 3. Assim, pode-se escrever:

360º - 60º = 300º percorridos pela formiga $\rightarrow \frac{5}{6}$ do comprimento total da circunferência

$$d_{formiga} = \frac{5}{6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R = \frac{5}{6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3 \rightarrow d_{formiga} = 5\pi\,cm$$

10. A

A medida de cada ângulo interno do pentágono regular ABCDE é dada por

$$\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ.$$

Logo, sendo os triângulos ABC e BCD isósceles congruentes, temos

$$C\hat{A}B \equiv A\hat{C}B \equiv D\hat{B}C \equiv B\hat{D}C = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ.$$

Em consequência, vem

$$A\hat{P}B \equiv D\hat{P}C \equiv D\hat{C}P = 72^\circ.$$

Portanto, como o triângulo APB é isósceles de base PB, segue que $\overline{AP} = 2cm$ e, assim, pela semelhança dos triângulos ABC e BPC, encontramos

$$\frac{2 + \overline{PC}}{2} = \frac{2}{\overline{PC}} \Rightarrow \overline{PC}^2 + 2\overline{PC} - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \overline{PC} = (-1 + \sqrt{5})cm.$$

A resposta é $\overline{AC} = \overline{AP} + \overline{PC} = (1 + \sqrt{5})$ cm.

AULA 22

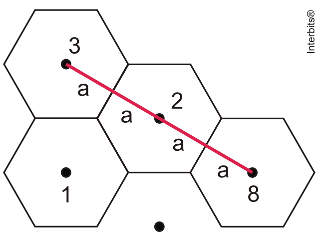
01. D

Sabendo que o lado ℓ de um triângulo equilátero é dado por $\ell = 2a\sqrt{3}$, com a sendo o seu apótema, podemos concluir que a área desse triângulo é igual a

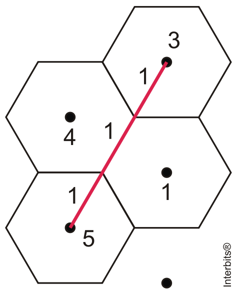
$$\frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(2 \cdot 2\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}cm^2.$$

02. D

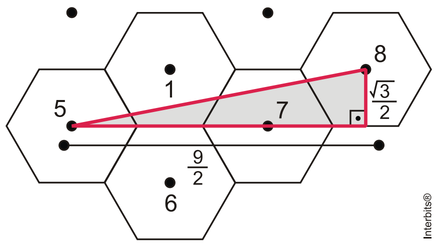
$$d_{3,8} = 4 \cdot a = \frac{4 \cdot 1 \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$



$$d_{3,5} = 1 + 1 + 1 = 3$$

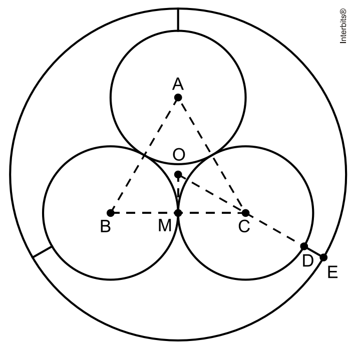


$$d_{5,8} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{84}{4}} = \sqrt{21}$$



03. C

Considere a figura, em que O é o centro do triângulo equilátero ABC de lado 60 cm, M é o ponto médio do lado BC e D é a interseção da reta $\overline{OC}$ com o círculo de raio 30 cm e centro em C.



Desse modo, como OC é o raio do círculo circunscrito ao triângulo ABC, segue-se que

$$\overline{OC} = \frac{60\sqrt{3}}{3} \cong 34cm.$$

Portanto,

$$\begin{aligned} R &= \overline{OC} + \overline{CD} + \overline{DE} \\ &= 34 + 30 + 10 \\ &= 74cm. \end{aligned}$$

04. B

Como o raio r do círculo inscrito no hexágono é a metade da distância entre os lados paralelos, segue que $r = \frac{1}{2}cm$. Logo, o lado do hexágono regular é dado por

$$\frac{2 \times \frac{1}{2}\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}cm.$$

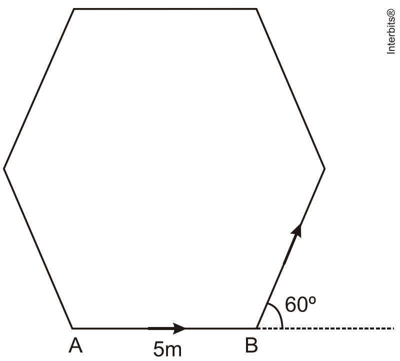
05. B

Diagonais de P: $\dfrac{6.(6-3)}{2} = 9$

Lados de Q: n – 3 = 9 ⇔ n = 12

Ângulo interno de Q: $\dfrac{180(12-2)}{12} = 150$ graus

06. E



O trajeto do robô será um polígono regular de lado 5m e ângulo externo 60°. Como 360°: 6 = 60°, concluímos que o polígono pedido possui 6 lados.

07. C

Sabendo que o ângulo interno de um octógono regular mede 135º, segue-se que os quatro triângulos, resultantes da decomposição do octógono, são retângulos isósceles de catetos iguais a $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Logo, como a área do quadrado destacado no centro do octógono é $S = a^2$, tem-se que o resultado pedido é

$$4\times\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}+a\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)+S = a^2+2\sqrt{2}a^2+S$$
$$= 2S\sqrt{2}+2S$$
$$= 2S(\sqrt{2}+1).$$

08. B

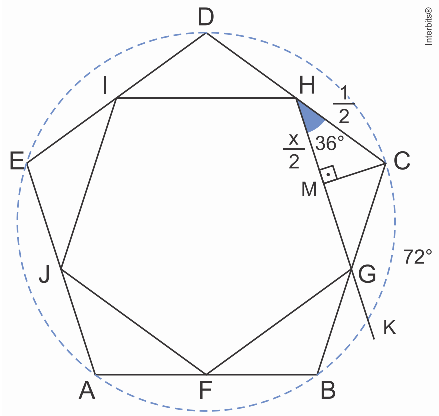
Calculando:

$$\ell_8 = 1 = \overline{GL}\cdot\sqrt{2} \Rightarrow \overline{GL} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\overline{IH} = \overline{GL} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\ell_4 = 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+1 \Rightarrow \ell_4 = 1+\sqrt{2}$$

09. B



Considerando a circunferência circunscrita no pentágono regular, concluímos que:

$$G\hat{H}C = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

Admitindo que x seja a medida do lado pedido e considerando o triângulo HMC, podemos escrever que:

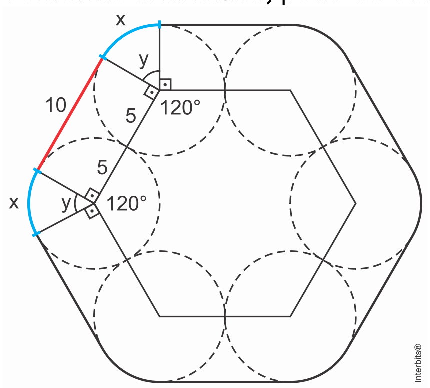
$$\cos 36^\circ = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{1}{2}} = x$$

Portanto,

$x = \cos 36^\circ$

10. D

Conforme enunciado, pode-se escrever:



$$C_{correia} = 6\cdot 10 + 6x$$
$$y = 360-120-90-90 \Rightarrow y = 60$$
$$x = \frac{2\pi R\cdot y}{360} = \frac{2\pi\cdot 5\cdot 60}{360} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{3}\text{ cm}$$
$$C_{correia} = 6\cdot 10 + 6\cdot\frac{5\pi}{3} \Rightarrow C_{correia} = 60+10\pi\text{ cm}$$

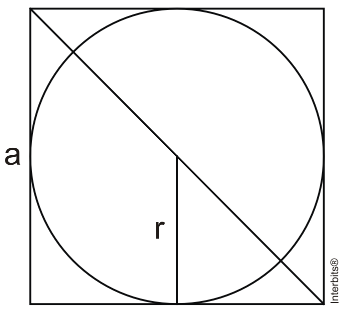
AULA 23

01. A

Um hexágono regular é formado por seis triângulos equiláteros (seus lados medem o mesmo que o raio da circunferência circunscrita). Assim, calculando a área, tem-se:

$$S_{hexágono} = 6\cdot\frac{R^2\cdot\sqrt{3}}{4} = 6\cdot\frac{2\cdot\sqrt{3}}{4} \rightarrow S_{hexágono} = 3\sqrt{3}$$

02. A



$a\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

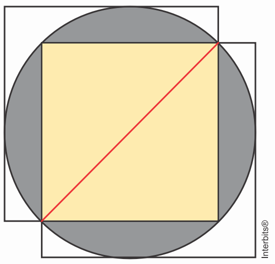
$a = 10$

$r = 10/2 = 5$

Portanto, o comprimento da circunferência será dado por: $C = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 10\pi$ cm.

03. D

Calculando:



ℓ = lado quadrado amarelo

r = raio círculo = 3

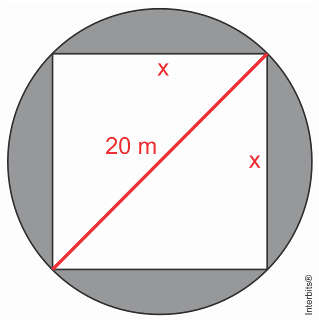
$\ell\sqrt{2} = 2r \to \ell\sqrt{2} = 6 \to \ell = 3\sqrt{2}$

$S_{cinza} = S_{círc} - S_{quadrado} = \pi \cdot 3^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2 =$

$= 9\pi - 18 \to S_{cinza} = 9 \cdot (\pi - 2)$

04. A

Calculando:



$S_{circunf} = \pi(10)^2 = 100\pi \approx 300\ m^2$

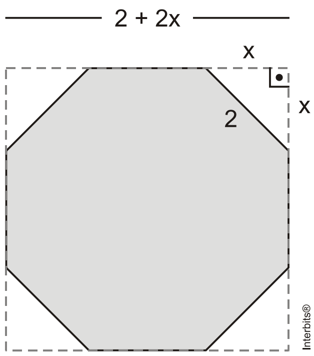
$x\sqrt{2} = 20 \Rightarrow x = \dfrac{20}{\sqrt{2}} = \dfrac{20\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 10\sqrt{2}$ m

$S_{quadrado} = x^2 = \left(10\sqrt{2}\right)^2 = 200\ m^2$

$S_{terra} = 300 - 200 = 100\ m^2$

Como é necessário 1 saco (de 15 kg) de terra por metro quadrado, serão necessários 100 sacos de terra vegetal para cobrir a área pretendida.

05. A



Cálculo da área do octógono regular:

$x^2 + x^2 = 2^2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$

Portanto, a área A_1 do octógono regular será dada por:

$$A_1 = (2+2x)^2 - 4 \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)$$

$$A_1 = \left(2+2\sqrt{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{\sqrt{2}^2}{2} = 8\sqrt{2} + 8$$

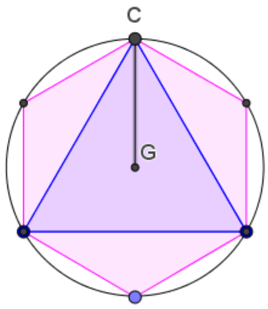
Cálculo da área A_2 dos oito semicírculos:

$$A_2 = 8 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = 4\pi$$

Logo, a área da figura será dada por:

$A = A_1 + A_2 \Rightarrow A = 8\sqrt{2} + 8 + 4\pi$ (Alternativa [A]).

06. C



$$R = \overline{CG} = \frac{2}{3} 3 \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} = l_6$$

$$l_6 + 2R = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

07. D

Percebe-se que o quadrado resultante de lado z e tem área igual à área do quadrado de lado y menos a área do quadrado de lado x. Logo, pode-se escrever:

$$S_z = S_y - S_x$$
$$z^2 = y^2 - x^2$$
$$z = \sqrt{y^2 - x^2}$$

08. C

Os vértices do pentágono regular dividem a circunferência em cinco arcos congruentes de medida igual a $\frac{360°}{5} = 72°$. Além disso, como $\overrightarrow{PA}$ e $\overrightarrow{PB}$ são tangentes à circunferência nos pontos A e B, segue que os ângulos $O\hat{A}P$ e $O\hat{B}P$ são retos. Em consequência, $A\hat{P}B$ é o suplemento do ângulo central $A\hat{O}B$, ou seja, $180° - 72° = 108°$.

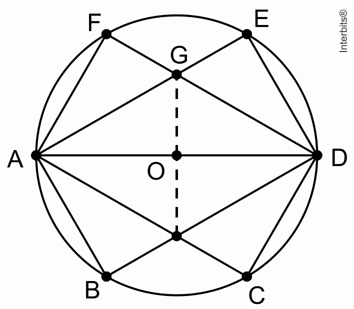
09. E

Se o lado AB refere-se a um polígono regular de 6 lados, então o arco AB mede 60º.
Se o lado CD refere-se a um polígono regular de 10 lados, então o arco CD mede 36º.
A circunferência tem um total de 360º, logo o ângulo pedido será:

$$\alpha = \frac{360 - 60 - 36}{2} \Rightarrow \alpha = 132°$$

10. E

Considere a figura, em que O é o centro da circunferência e G é o ponto de interseção de AE e DF.



É imediato que AFD, DEA, DCA e ABD são triângulos retângulos congruentes. Assim, como GO é perpendicular a AD, podemos afirmar que a região sombreada é formada por oito triângulos retângulos congruentes de catetos 6 cm e $2\sqrt{3}$ cm.

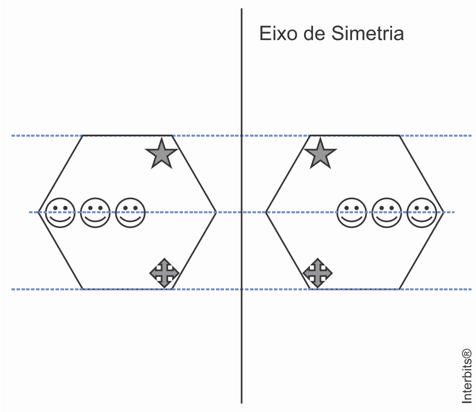
Portanto, a resposta é

$$8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2\sqrt{3} = 48\sqrt{3}\,\text{cm}^2.$$

AULA 24

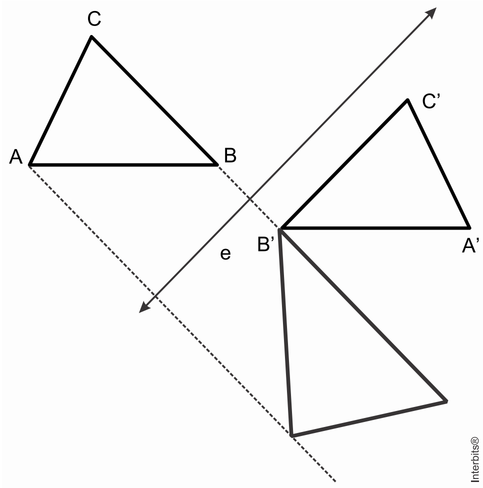
01. B

Basta pensar num eixo de simetria para concluirmos que a alternativa correta é a [B].



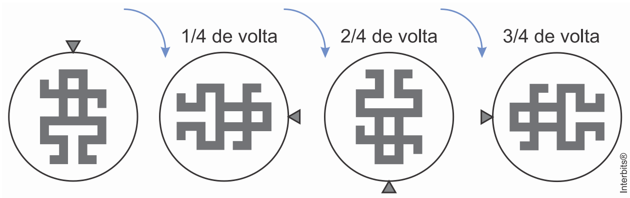
02. B

Considerando que a rotação de 90º foi feita em torno do ponto B refletido, temos a seguinte figura:



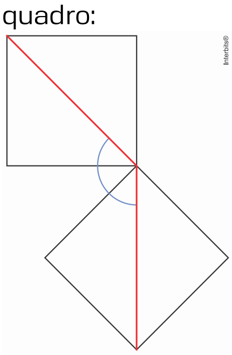
Portanto, a alternativa correta é a [B].

03. E



04. B

A figura a seguir ilustra a movimentação do quadro:



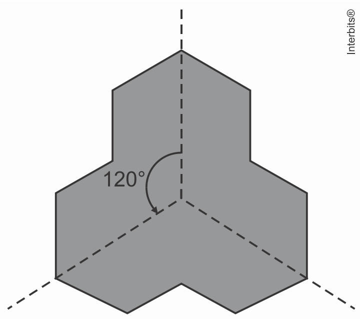
Assim, para retorná-lo à posição original, este deve ser girado 135º (90º + 45º) no sentido horário.

05. E

Como o simétrico de um ponto P do plano, em relação ao ponto O, é o ponto P' tal que $\overline{PO} = \overline{P'O}$ e P' pertence à reta $\overrightarrow{PO}$, segue-se que a alternativa correta é a alternativa [E].

06. D

360 : 3 = 120°

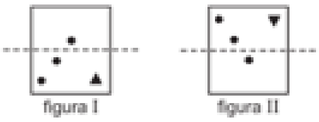


07. B

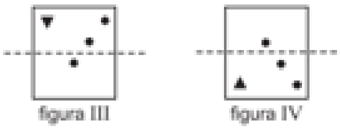
O lado de cada piso é 35 + 7 = 42.
Nestas condições as dimensões do piso desta sala podem ser 6,30 m x 5,04 m, pois 630 ÷ 42 = 15 e 504 ÷ 42 = 12.

08. B

A figura II foi obtida por meio de uma simetria horizontal com o eixo passando pelo centro da figura.



Utilizando a mesma transformação, temos:

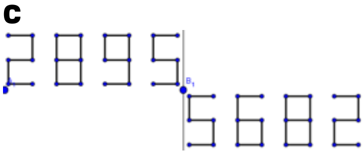


09. ?

10. ?

AULA 25

01. C

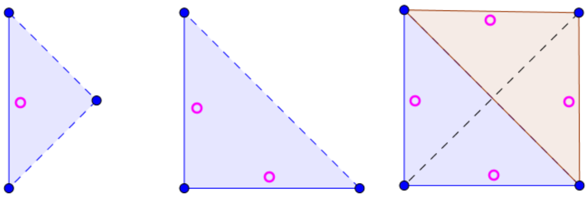


02. E

Há duas alternativas representando o fundo sem nenhuma porta e com três janelas somente. Temos que observar a posição da chaminé, que é contrária quando vista de frente, isto é, vista do fundo, a chaminé fica à esquerda.

03. C

Como uma dobra no papel funciona como uma reflexão de espelho, a distância de dois furos a uma mesma dobra é a mesma. Além disso, o furo deve aparecer em todas as regiões separadas pelos vincos, quando o papel é desdobrado.

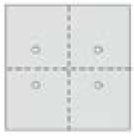


04. C

Ao virar o vidro do outro lado, Pedro verá:

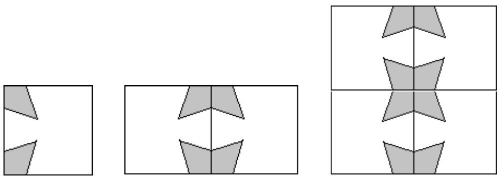
Em seguida, fazendo uma rotação de 180º, Pedro verá:

05. C

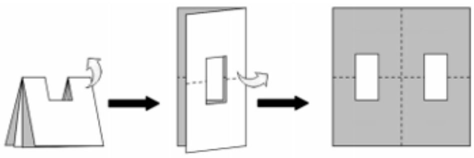


Como uma dobra no papel funciona como uma reflexão de espelho, a distância de dois furos a uma mesma dobra é a mesma. Além disso, o furo deve aparecer em todas as regiões separadas pelos vincos, quando o papel é desdobrado.
Depois de desdobrada a folha, os quatro furos aparecem como vértices de um retângulo. Como dois lados são horizontais, a dobra que passa pelo meio dos lados é perpendicular a eles. Como dois lados são verticais, a dobra passa pelo meio deles e é perpendicular a eles.

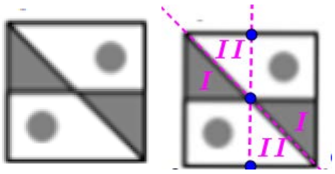
06. C



07. E

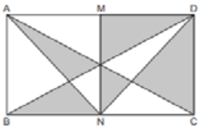


08. D
Dividindo a figura em quatro triângulos e dois quadrados, temos que os triângulos I e II são congruentes, logo, a área pintada de branco é igual a área pintada de cinza.



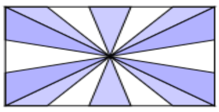
Nos quadrados com os círculos cinza no centro, temos que a área pintada de branco é maior que a área pintada de cinza.

09. D
A reta suporte de MN é um eixo de simetria da figura, portanto a área sombreada é igual a área não sombreada.

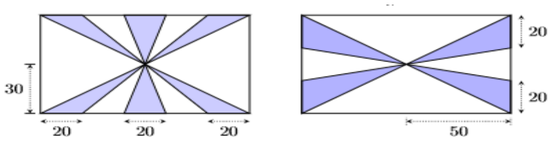


Assim, a razão entre a área da parte sombreada e a área do retângulo ABCD é 1/2.

10. A
As diagonais do retângulo dividem as regiões pintadas do tecido em dois tipos de triângulos.



Todos os seis triângulos da figura seguinte, à esquerda, possuem base de 20 cm e altura de 30 cm. Portanto, eles possuem mesma área igual a $\frac{20 \cdot 30}{2} = 300$ cm². Todos os quatro triângulos da figura seguinte, à direita, possuem a mesma área, pois eles têm base de 20 cm e altura de 50 cm. Logo cada um deles tem área igual a $\frac{20 \cdot 50}{2} = 500$ cm².



Portanto, a área total pintada no tecido é igual a 6 · 300 + 4 · 500 = 3 800 cm².

AULA 26

01. A
540° : 360° = 1,5 voltas
900° : 360° = 1,5 voltas

02. D
De acordo com o enunciado, a bolinha desloca-se em linha reta do ponto P até a circunferência de raio 6 e depois desloca-se sobre esta, em sentido anti-horário, por 120°, o que resulta na posição final sobre o ponto F.

03. A
Como P pertence ao segundo quadrante e $\text{sen}45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, segue que $\alpha = 45° + 90° = 135°$. Por outro lado, sabendo que Q é do terceiro quadrante e $\cos 60° = \frac{1}{2}$, vem $\beta = 60° + 180° = 240°$.

Portanto,
$$\begin{aligned} \text{tg}(\alpha+\beta) &= \text{tg}(135° + 240°) \\ &= \text{tg}(360° + 15°) \\ &= \text{tg}15° \end{aligned}$$

04. A
$$\text{sen}\alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30°$$
$$\text{sen}\beta = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{sen}\beta = \text{sen}(360°-30°) \rightarrow \beta = 330°$$
$$\alpha + \beta = 30° + 330° = 360° = 2\pi$$

05. A
O ponto N é simétrico de M em relação ao eixo y, logo o a medida do arco $\overset{\frown}{AN}$ é igual a:
$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$
O ponto P é simétrico de M em relação a origem, logo o a medida do arco $\overset{\frown}{AP}$ é igual a:
$$\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

06. D
De $\text{sen}(x) + \cos(x) = a$,
$$[\text{sen}(x) + \cos(x)]^2 = a^2$$
$$\text{sen}^2(x) + 2\text{sen}(x)\cos(x) + \cos^2(x) = a^2$$
$$\underbrace{\text{sen}^2(x) + \cos^2(x)}_{1} + 2\text{sen}(x)\cos(x) = a^2$$
$$1 + 2\text{sen}(x)\cos(x) = a^2$$
Mas, $\cos(x)\text{sen}(x) = b$, ou seja,
$$1 + 2\text{sen}(x)\cos(x) = a^2$$
$$1 + 2\underbrace{\cos(x)\text{sen}(x)}_{b} = a^2$$
$$1 + 2b = a^2$$
$$a^2 - 2b = 1$$

07. A
$$2.280° = 360° \cdot 6 + 120°$$
Logo, $\cos(2.280°) = \cos 120° = -\frac{1}{2}$.

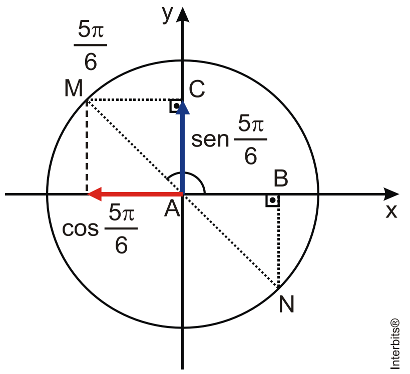
08. C

Se $90^o < x < 180^o$ e $\text{sen}x = \dfrac{1}{2}$, então :

$x = 180^o - 30^o \rightarrow x = 150^o$.

$\cos 2x = \cos 300^o = \cos 60^o = \dfrac{1}{2}$

09. B



$AB = -\cos\dfrac{5\pi}{6} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$AC = \text{sen}\dfrac{5\pi}{6} = \dfrac{1}{2}$

Portanto:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

10. E

$a + b = 90^o \rightarrow b = 90^o - a$

$4\,\text{sen}\,a - 10\,\text{sen}\,(90^o - a) = 0 \rightarrow$

$4\,\text{sen}\,a - 10\cos a = 0 \rightarrow \dfrac{\text{sen}a}{\cos a} = \dfrac{10}{4} \rightarrow$

$\text{tg}a = \dfrac{5}{2}$

AULA 27

01. B

O seno de 30º é igual a 0,5, portanto:

$I(x) = k \cdot \text{sen}(x) = k \cdot \text{sen}(30^\circ) = 0{,}5\,k$

Logo, a intensidade luminosa se reduz a 50%.

02. B

Reescrevendo a equação da onda, temos $y = a \cdot \text{sen}(bx + bc)$. Logo, o período da onda é dado por $\dfrac{2\pi}{b}$, dependendo, portanto, apenas do parâmetro b.

03. A

Lembrando que uma função está bem definida apenas quando são fornecidos o domínio, o contradomínio e a lei de associação, vamos supor que o domínio seja o conjunto dos números reais, e que o contradomínio seja o intervalo [−1, 5].

Desse modo, como a imagem da função seno é o intervalo [−1, 1], deve-se ter

$A + B[-1, 1] = [-1, 5] \Rightarrow [A - B, A + B] = [-1, 5].$

Os únicos valores de A e de B que satisfazem a igualdade são A = 2 e B = 3. Por conseguinte, $A \cdot B = 2 \cdot 3 = 6.$

04. D

Desde que f(0) = 0 e $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 2$, dentre as leis apresentadas, só pode ser $f(x) = 2\text{sen}2x$.

05. C

O período P da função dada será dada por:

$$P = \frac{2\pi}{\left|\frac{2\pi}{5}\right|} = 5$$

06. B

Considerando a função dada por: $L(d) = 12 + 2{,}8 \cdot \text{sen}\left[\dfrac{2\pi}{365}(d - 80)\right]$, temos que:

O maior valor de $\text{sen}\left[\dfrac{2\pi}{365}(d - 80)\right]$ é (+1) e o menor é (−1).

Logo,

Máxima duração solar

$\Rightarrow L(d) = 12 + 2{,}8 \cdot (+1) \Rightarrow L(d) = 14{,}8$ horas

Mínima duração solar

$\Rightarrow L(d) = 12 + 2{,}8 \cdot (-1) \Rightarrow L(d) = 9{,}2$ horas

07. A

Se t = 0, temos A(0) = 1,6 − 1,4.sen0 = 1,6;

Se t = 3, temos A(3) = 1,6 − 1,4.sen$\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ = 0,2;

Se t = 6, temos A(6) = 1,6 − 1,4.sen π = 1,6;

Se t = 9 temos, A(9) = 1,6 − 1,4.sen$\left(\dfrac{3.\pi}{2}\right)$ = 3,0.

Portanto, o gráfico da alternativa [A] é o correto.

08. A

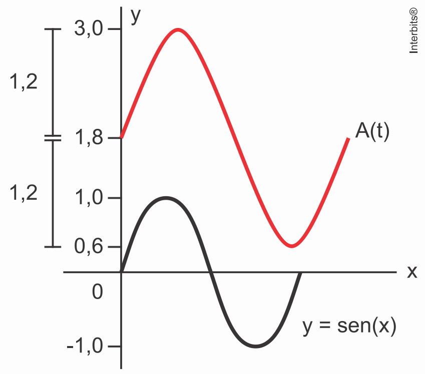
O afastamento vertical da partícula, em relação à posição inicial, após meio segundo, é

$$\begin{aligned} s\left(\frac{1}{2}\right) - s(0) &= 10 + \frac{1}{4}\text{sen}\left(10\pi \cdot \frac{1}{2}\right) - \left[10 + \frac{1}{4}\text{sen}(10\pi \cdot 0)\right] \\ &= 10 + \frac{1}{4}\text{sen}(5\pi) - 10 - \frac{1}{4}\text{sen}0 \\ &= 0. \end{aligned}$$

09. A

Para obter as alturas máximas e mínimas basta analisar o comportamento da função senoide A(t) e observar, em seu gráfico, sua amplitude. Ou seja, basta analisar os parâmetros 1,8 que representa o valor do deslocamento vertical (para cima) da função dentro do eixo y e o parâmetro 1,2 que representa um aumento na amplitude da curva, ou seja, da altura da curva senoide.

Logo, sabendo que uma função y = sen(x) possui como ponto de partida o valor zero no eixo x e eixo y, e, sabendo que a curva A(t) se deslocará verticalmente para cima em 1,8 e terá altura (amplitude) de 1,2, temos que o ponto máximo da função será: 1,8 + 1,2 = 3,0 m.
E, seu ponto mínimo será: 1,8 − 1,2 = 0,6 m.



Desta maneira, as alturas máximas e mínimas serão, respectivamente, 3,0 m e 0,6 m.

10. E

A função seno varia de +1 (máximo) a −1 (mínimo), logo os valores máximos e mínimos de A(t) serão:

máximo $\rightarrow \text{sen}[(\pi / 18)\cdot(t-26)] = 1$

$A(t) = 12{,}6 + 4 \cdot 1 \rightarrow A(t) = 16{,}6$ metros

mínimo $\rightarrow \text{sen}[(\pi / 18)\cdot(t-26)] = -1$

$A(t) = 12{,}6 + 4 \cdot (-1) \rightarrow A(t) = 8{,}6$ metros

Com essas informações já é possível responder à questão.

Calculando ainda o tempo gasto para uma volta completa, pode-se escrever:

$\text{sen}[(\pi / 18)\cdot(t-26)] = 1$

$$\left(\frac{\pi}{18}\right)\times(t-26) = \frac{\pi}{2} \rightarrow \left(\frac{t-26}{18}\right) = \frac{1}{2} \rightarrow t-26 = 9 \rightarrow$$

$\rightarrow t = 35$

$\text{sen}[(\pi / 18)\cdot(t-26)] = -1$

$$\left(\frac{\pi}{18}\right)\cdot(t-26) = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \left(\frac{t-26}{18}\right) = \frac{3}{2} \rightarrow t-26 = 27 \rightarrow$$

$\rightarrow t = 53$

Logo, para sair do ponto mais baixo até o ponto mais alto (meia volta) o filho leva 53 − 35 = 18 s. Assim, para dar uma volta completa levará 36 s.

AULA 28

01. A

Como a função y = 10cos(4t) é da forma y = a · cos(m · t), segue que seu período é dado por $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

A imagem da função é o interval 10 · [−1, 1] = [−10, 10].
Portanto, a amplitude do movimento é 10 cm.

02. C

A) Falsa, pois $f(30) = 30\left(\cos\frac{\pi;30}{30} + 1\right) = 30(-1+1) = 0.$

B) Falsa, pois $f(10) = 30\left(\cos\frac{\pi;10}{30} + 1\right) = 30\left(\frac{1}{2}+1\right) =$

$= 45.$

C) Verdadeira, pois $f(15) = \left(\cos\frac{\pi;\,15}{30} + 1\right) = 30(0 + 1) =$

$= 30.$

D) Falsa, pois f(30) = 0.

E) Falsa, pois os únicos valores inteiros são de f(x) são f(30), f(10) e f(15).

03. B

Dentre as funções apresentadas nas alternativas, $I(t) = 30 + 10\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ é a única cujo conjunto imagem é o intervalo [20, 40]. De fato, Im = 30 + 10 · [−1, 1] = [30 − 10, 30 + 10] = [20, 40].

04. A

Mês de Março:

$$P(2) = 6\,000 + 50 \cdot 2 + 2\,000 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{6}\right) = 7\,100$$

Mês de Julho:

$$P(6) = 6\,000 + 50 \cdot 6 + 2\,000 \cdot \cos\left(\frac{6\pi}{6}\right) = 4\,300$$

Queda da quantia vendida em porcentagem:

$$\frac{4300-7100}{7100} \simeq -39{,}5\%$$

05. B

<u>Maior valor (cos (0,06t) = −1)</u> $\Rightarrow r(t) = \frac{5\,865}{1+0{,}15\cdot(-1)} =$

= 6 900

<u>Menor valor(cos(0,06t) = 1)</u> $\Rightarrow r(t) = \frac{5\,865}{1+0{,}15\cdot(1)} =$

= 5 100

Somando, temos:

6 900 + 5 100 = 12 000

06. A

H(t) = a + b.cos(m.t)

Período = 12, então $\frac{2}{|m|} = 12 \Leftrightarrow m = \pm\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow m = \frac{\pi}{6}$

Altura máxima: a + b.1 = 3

Altura mínima a + b(−1) = 0,03

Resolvendo um sistema com as equações acima, temos:

a= 1,515 e b =1,485

logo $h(t) = 1{,}1515 + 1{,}485.\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

07. B

Sabendo-se que ângulos suplementares têm cossenos simétricos, concluímos que:

f(1) + f(3) + f(5) + f(7) =

$= 4 \cdot 180 - 54 \cdot \left(\cos 0 + \cos\frac{\pi}{3} + \cos\frac{2\pi}{3} + \cos\pi\right) =$

= 720.

08. C

Sabendo que o valor máximo de $\cos\left(\frac{8\pi}{3} \cdot t\right)$ é 1, podemos concluir que o valor da pressão diastólica é 100 – 20 = 80 mmHg.

Por outro lado, sendo –1 o valor mínimo de $\cos\left(\frac{8\pi}{3} \cdot t\right)$, segue que o valor da pressão sistólica é 100 – 20 · (–1) = 120 mmHg.

09. B

Substituindo os valores temos:

$$x = A \cdot \cos\varphi = 4 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

10. A

O número de quartos ocupados em junho é dado por:

$$Q(6) = 150 + 30\cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot 6\right)$$

$$Q(6) = 150 + 30\cos(\pi)$$

$$Q(6) = 150 + 30 \cdot (-1)$$

$$Q(6) = 120$$

O número de quartos ocupados em março é dado por:

$$Q(3) = 150 + 30\cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot 3\right)$$

$$Q(3) = 150 + 30\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$Q(3) = 150 + 30 \cdot 0$$

$$Q(3) = 150$$

A variação porcentual pedida é dada por:

$$\frac{Q(6) - Q(3)}{Q(3)} \cdot 100\%$$

$$\frac{120 - 150}{150} \cdot 100\%$$

$$-\frac{30}{150} \cdot 100\%$$

$$-20\%$$

AULA 29

01. C

O período da função é dado por $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12$ h.

A temperatura máxima ocorre quando $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right)$ atinge seu valor máximo, ou seja, quando $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1$. Logo, tem-se que o resultado é $T_{max} = 24 + 3 \cdot 1 = 27$ ºC.

Queremos calcular o menor valor positivo de t para o qual se tem $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1$. Assim,

$$\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \cos 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = 0 + 2k\pi$$

$$\Rightarrow t = 12k - 2,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Tomando k = 1, segue-se que t = 10 h e, portanto, o horário em que ocorreu essa temperatura máxima foi às 5 + 10 = 15 h.

02. C

$$f(x) = 4 + 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$2{,}5 = 4 + 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$-1{,}5 = 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi x}{6} = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi \text{ ou } \frac{\pi x}{6} = \frac{4\pi}{3} + k \cdot 2\pi \text{ para k inteiro}$$

Para k = 0, temos x = 4 ou x = 8.

Para k = 1, temos x = 16 (não convém) ou x = 20 h (não convém).

Resposta: 4h e 8h.

03. D

A produção é máxima quando preço é mínimo, ou seja, quando $\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right) = -1.$ O menor valor positivo de x para o qual se tem o preço mínimo é tal que

$$\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right) = \cos\pi \Rightarrow \frac{\pi x - \pi}{6} = \pi + 2k\pi$$
$$\Rightarrow x = 12k + 7, k \in \mathbb{Z}.$$

Portanto, para k = 0, segue que x = 7, e o mês de produção máxima desse produto é julho

04. A

A temperatura média máxima ocorre quando

$$\text{sen}\left(\frac{2\pi(t-105)}{364}\right) = 1 \Leftrightarrow \text{sen}\left(\frac{2\pi(t-105)}{364}\right) = \text{sen}\frac{\pi}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{2\pi(t-105)}{364} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$
$$\Leftrightarrow t - 105 = 91 + 364k$$
$$\Leftrightarrow t = 196 + 364k, k \in \mathbb{Z}.$$

Assim, tomando k = 0, concluímos que a temperatura média máxima ocorre 196 dias após o início do ano, ou seja, no mês de julho.

05. C

$$f(x) = 4 + 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$
$$2,5 = 4 + 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$
$$-1,5 = 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$
$$\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$
$$\frac{\pi x}{6} = \frac{2\pi}{3} + k\cdot 2\pi \text{ ou } \frac{\pi x}{6} = \frac{4\pi}{3} + k\cdot 2\pi \text{ para k inteiro}$$

Para k = 0, temos x = 4 ou x = 8.

Para k = 1, temos x = 16 (não convém) ou x = 20 h (não convém).

Resposta: 4h e 8h.

06. D

A pressão sanguínea atingiu seu mínimo quando

$$\text{sen}(2\pi t) = -1 \Rightarrow \text{sen}(2\pi t) = \text{sen}\frac{3\pi}{2}$$
$$\Rightarrow 2\pi t = \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow t = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ s.}$$

07. B

O valor máximo para f(x) ocorre quando:

$$\frac{\pi \cdot x}{3} = 0 + k \times 2\pi \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 0 \\ k = 1 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$$

O valor mínimo ocorre quando:

$$\frac{\pi \cdot x}{3} = \pi + k \cdot 2\pi \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 3 \\ k = 1 \Rightarrow x = 9 \end{cases}$$

Portanto, f(x) atingirá seu valor mínimo em apenas duas ocasiões.

08. B

$$R_A = R_B$$
$$\left|\text{sen}2\cdot\left(\frac{\pi t}{60}\right)\right| = \left|\sqrt{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi t}{60}\right)\right| \to \text{sen } 2x = \sqrt{2}\cdot\cos x$$
$$2\cdot\text{sen } x\cdot\cos x - \sqrt{2}\cdot\cos x = 0 \to \cos x\cdot\left(2\cdot\text{sen } x - \sqrt{2}\right) = 0 \to$$
$$\left\langle \begin{array}{l} \cos x = 0 \to \left\langle \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{2} \end{array}\right. \\ 2\cdot\text{sen } x - \sqrt{2} = 0 \to \left\langle \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{4} \end{array}\right. \end{array}\right.$$
$$x_{\text{mín}} = \frac{\pi}{4} = \left(\frac{\pi t}{60}\right) \to t = 15 \text{ meses}$$

09. A

Lembrando que $\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\,\alpha = 1$ e $\text{sen } 2\alpha = 2\,\text{sen}\alpha\,\cos\alpha$, temos

$$\begin{aligned} f(x) &= (\text{sen}x + \cos x)^4 - (\text{sen}x - \cos x)^4 \\ &= [(\text{sen}x + \cos x)^2 + (\text{sen}x - \cos x)^2][(\text{sen}x + \cos x)^2 - (\text{sen}x - \cos x)^2] \\ &= (1 + 2\text{sen}x\cos x + 1 - 2\text{sen}x\cos x)(1 + 2\text{sen}x\cos x - 1 + 2\text{sen}x\cos x) \\ &= 4\cdot 2\text{sen}x\cos x \\ &= 4\text{sen}2x. \end{aligned}$$

Logo, como o período de f é $\frac{2\pi}{|2|} = \pi$, segue-se que a é o maior número real pertencente ao intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, tal que

$$f(a) = 2 \Leftrightarrow 4\text{sen}2a = 2$$
$$\Leftrightarrow \text{sen}2a = \text{sen}\frac{\pi}{6}$$
$$\Rightarrow a = \frac{\pi}{12} \text{ ou } a = \frac{5\pi}{12}.$$

Portanto, $a = \frac{5\pi}{12}.$

10. D
Pela equação de Clapeyron (da Química):
$PV = nRT$
P = pressão
V = volume
N = quantidade de matéria (nº mols)
R = constante universal dos gases
T = temperatura
Assim, percebe-se que pressão e volume são inversamente proporcionais: a pressão do gás é máxima quando o volume é mínimo. Como a função logarítmica dada é sempre crescente, o volume será mínimo quando o logaritmando for mínimo. Ou seja:
$\text{logaritmando} \to (5+2\,\text{sen}(\pi t))$
$f_{mín}(t) = 5+2\,\text{sen}(\pi t) \to \text{sen}(\pi t)$ deve ser mínimo
$$\pi t = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \to t = \frac{3}{2} + 2k\pi \to t = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

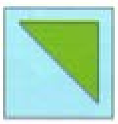
AULA 30

01. B
Sendo o polígono da figura um heptágono, a resposta é $180^\circ \cdot (7-2) = 900^\circ$.

02. C
Os vértices do pentágono regular dividem a circunferência em cinco arcos congruentes de medida igual a $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$. Além disso, como $\overrightarrow{PA}$ e $\overrightarrow{PB}$ são tangentes à circunferência nos pontos A e B, segue que os ângulos $O\hat{A}P$ e $O\hat{B}P$ são retos. Em consequência, $A\hat{P}B$ é o suplemento do ângulo central $A\hat{O}B$, ou seja, $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$.

03. C
Como trata-se de um polígono regular, a soma dos ângulos internos será igual a $144^\circ \cdot n$, sendo n o número de lados do polígono. Pela fórmula da soma dos ângulos internos, tem-se:
$S = 144n = 180 \cdot (n-2) \to 144n - 180n = -360 \to$
$\to 36n = 360 \to n = 10$
Sabendo que o polígono tem $n = 10$ lados, aplica-se a fórmula do número de diagonais:
$$d = \frac{n\cdot(n-3)}{2} = \frac{10\cdot(10-3)}{2} = \frac{70}{2} \to d = 35$$

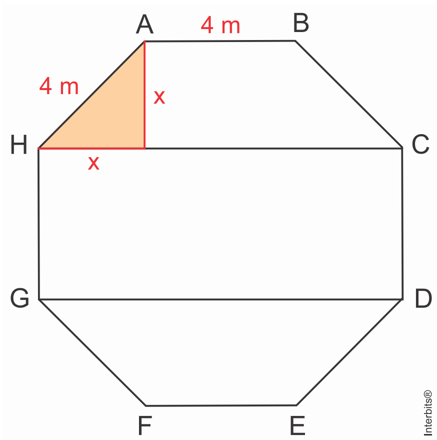
04. D
A face que está diante do espelho é



Logo a sua imagem será:

05. D
Como os arcos determinados por A, B e C têm mesmo comprimento, segue-se que o triângulo ABC é equilátero. Além disso, sabendo que a área de um triângulo equilátero inscrito numa circunferência de raio r é dada por $\frac{3\sqrt{3}}{4}\cdot r^2$, temos
$$\frac{3\sqrt{3}}{4}\cdot r^2 = 27\sqrt{3} \Rightarrow r = 6 \text{ cm}.$$

06. A
Com os dados do enunciado, pode-se deduzir:



Considerando a área amarela como metade de um quadrado de lado x, , pode-se escrever:
$4 = x\sqrt{2} \to x = 2\sqrt{2} \to x = 2{,}8$

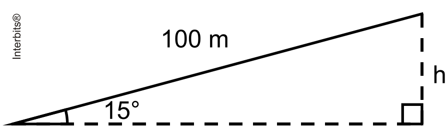
Base maior do trapézio $\to 2{,}8 + 4 + 2{,}8 = 9{,}6$
Base menor do trapézio $\to 4$
Altura do trapézio $\to 2{,}8$

$$\text{Área}_{trapézio} = \frac{(4+9{,}6)\cdot 2{,}8}{2} \to \text{Área}_{trapézio} = 19{,}0$$
$$\text{Área}_{retângulo} = 4 \cdot 9{,}6 \to \text{Área}_{retângulo} = 38{,}4$$

Assim:
$$\text{Área}_{octógono} = 2 \cdot \text{Área}_{trapézio} + \text{Área}_{retângulo}$$
$$\text{Área}_{octógono} = 76{,}4 \text{ m}^2$$

07. E
x = lado do hexágono menor = AB − 3
$$\cos 60^\circ = \frac{3}{AB} \Leftrightarrow AB = 6$$
Logo, x = 6 − 3 = 3
P = 6.x = 6.3 = 18

08. B
Considere a figura, em que h é a diferença pedida.



Sabendo que $\cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, vem

$$\operatorname{sen}^2\left(\frac{30°}{2}\right) = \frac{1-\cos 30°}{2} \Leftrightarrow \operatorname{sen}^2 15° = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$Þ\ \operatorname{sen}15° \cong \frac{\sqrt{2-1{,}73}}{2}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}15° \cong \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{27}{100}}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}15° \cong \frac{1}{2}\cdot\frac{3\cdot 1{,}73}{10}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}15° \cong 0{,}26.$$

Portanto,

$$h = 100\cdot \operatorname{sen}15° \cong 100\cdot 0{,}26 = 26\text{ m}.$$

09. B

$$\alpha = C\hat{A}B \rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{3r}{3r} = 1$$

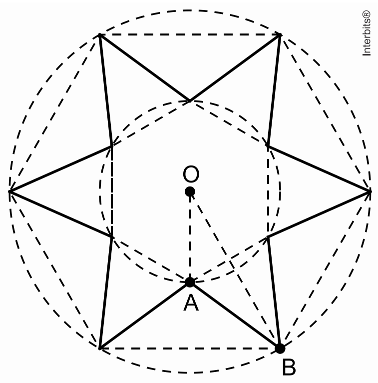
$$\beta = P\hat{A}B \rightarrow \operatorname{tg}\beta = \frac{r}{4r} = \frac{1}{4}$$

$$\theta = \alpha-\beta \rightarrow \operatorname{tg}\theta = \operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \frac{1-\frac{1}{4}}{1+1\cdot\frac{1}{4}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5} \rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

10. A

Considere a vista superior do filtro.



Desde que $\overline{OA} = 3\text{cm}$, $\overline{OB} = 6\text{cm}$ e $A\hat{O}B = 30°$, pela Lei dos Cossenos, temos

$$\overline{AB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 - 2\cdot\overline{OA}\cdot\overline{OB}\cdot\cos A\hat{O}B \Leftrightarrow$$

$$\overline{AB}^2 = 3^2 + 6^2 - 2\cdot 3\cdot 6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\overline{AB} = 3\sqrt{5-2\sqrt{3}}\text{cm}.$$

Portanto, segue que a área da superfície do filtro é dada por

$$12\cdot 3\sqrt{5-2\sqrt{3}}\cdot 10 = 360\sqrt{5-2\sqrt{3}}\text{cm}^2.$$