MATEMÁTICA 2 – VOLUME 3
RESOLUÇÕES EXERCITANDO EM CASA

AULA 21

01. D

Queremos saber o valor de t, para o qual se tem c(p) = 6,8. Ora, segue que:

$6,8 = 0,5p + 1 \Leftrightarrow p = 11,6.$

Portanto, o resultado pedido é tal que:

$11,6 = 10 + 0,1t^2 \Leftrightarrow t^2 = 16$

$\Rightarrow t = 4.$

02. A

$$S(m) = 65 + \sqrt{\frac{m}{8}} \Rightarrow S(m) = 65 + \sqrt{\frac{43p + 7,5}{8}}$$

03. C

$$S(1,5) = 65 + \sqrt{\frac{43 \cdot 1,5 + 7,5}{8}} = 65 + \sqrt{\frac{72}{8}} = 65 + 3 = 68$$

Então a população de sapos é igual a 6 800.

04. A

$$d(v) = v^2 + 2v + 8 \Rightarrow$$
$$d(t) = (4 + 2t)^2 + 2(4 + 2t) + 8 \Rightarrow$$
$$d(t) = 16 + 16t + 4t^2 + 8 + 4t + 8 \Rightarrow$$
$$d(t) = 4t^2 + 20t + 32$$

05. E

Veja que, quando o aluno tinha 16 anos, t = 4. Daí:

$$h(4) = \frac{4 \cdot 4 + 3}{2 \cdot 4 + 2} = 1,9 \text{ m, então:}$$
$$m(1,9) = 22 \cdot 1,9^2 = 79,42 \text{ kg.}$$

Daí, a massa do aluno quando ele tinha 16 anos era próxima de 80 kg.

06. B

$$C(p) = 15 + 20 \cdot \left(6 + \frac{2\,400}{p}\right) = 15 + 120 + \frac{48\,000}{p} \Rightarrow$$
$$C(p) = 135 + \frac{48\,000}{p}.$$

07. B

$$D = 0,1 \cdot 2^{\frac{t}{8}} \Rightarrow \frac{D}{0,1} = 2^{\frac{t}{8}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 10D = 2^{\frac{t}{8}} \Rightarrow \frac{t}{8} = \log_2(10D) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t = 8 \cdot \log_2(10D) \Rightarrow t = \log_2(10D)^8$$
$$H(t) = 1 + 0,8 \cdot 2^{\frac{\log_2(10D)^8}{4}} = 1 + 0,8 \cdot 2^{\log_2(10D)^2} \Rightarrow$$
$$H(t) = 1 + 0,8 \cdot (10D)^2 = 1 + 0,8 \cdot 100 \cdot D^2 \Rightarrow$$
$$\boxed{H(t) = 1 + 80D^2}$$

08. D

Observando o gráfico, determinamos que f(1) = 3.

Também da observação do gráfico calculamos f(f(1)) = f(3) = 5.

Para calcularmos f(f(f(1))) = f(5) devemos determinar a lei de formação da função f(x) no intervalo [3, 6]. Observe que trata-se de um segmento de reta, portanto f(x) = ax + b.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 5}{6 - 3} = -\frac{5}{3}$$

Substituindo o ponto (6, 0) na função, calculamos o valor de b. Veja:

$$0 = 6 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) + b \Rightarrow b = 10$$

Daí f(f(f(1))) = f(5) = $-\frac{5}{3}.5 + 10 = \frac{5}{3}$

09. C

Desde que $h(0) = 2^1 = 2$, temos $h(2) = \sqrt{2 - 1} = 1$ e, portanto, vem $h(1) = 2^{1+1} = 4.$

Portanto, a resposta é $h(h(h(0))) = h(h(2)) = h(1) = 4.$

10. A

Tem-se que $f(2) = f(2 \cdot 1) = 3 \cdot f(1) = 3$ e, assim, vem $f(3) = f(2 \cdot 1 + 1) = f(2 \cdot 1) + 1 = 3 + 1 = 4.$

Logo, encontramos $f(4) = f(2 \cdot 2) = 3 \cdot f(2) = 3 \cdot 3 = 9$ e $f(9) = f(2 \cdot 4 + 1) = f(8) + 1.$

Mas $f(8) = f(2 \cdot 4) = 3 \cdot f(4) = 3 \cdot 9 = 27$ e, portanto, segue que $f(9) = 27 + 1 = 28.$

A resposta é $9 \cdot 28 = 252.$

AULA 22

01. E

$$V = V_0 + \frac{V_0}{273}T \Rightarrow \frac{V_0}{273}T = V - V_0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{273(V - V_0)}{V_0}}$$

02. D

Se f possui inversa, então queremos calcular x tal que f(x) = 3. Assim, vem:

$$\frac{x + 3}{5} = 3 \Leftrightarrow x = 12.$$

03. C

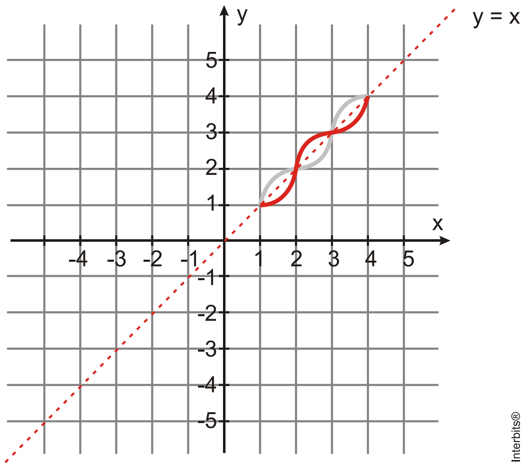
Se $f(x)=\dfrac{2x+3}{4x+1}$, então:

$$y=\frac{2x+3}{4x+1} \Leftrightarrow 4xy+y=2x+3$$
$$\Leftrightarrow x(4y-2)=-y+3$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{y-3}{-4y+2}.$$

Portanto, temos $g(x)=\dfrac{x-3}{-4x+2}$ e, assim, desde que $1-3-4+2=(-1)\cdot(4)$, podemos afirmar que a soma $a+b+c+d$ é um número inteiro múltiplo de 4.

04. A

O gráfico da inversa de uma função f é simétrico ao gráfico de f em relação à reta que representa a bissetriz dos quadrantes ímpares.



Portanto, a alternativa [A] é a correta.

05. B

Impondo $f(x)=-2$, temos:

$$-2=\frac{5}{2-x} \Leftrightarrow 2x-4=5 \Leftrightarrow x=\frac{9}{2}.$$

Portanto, segue que $f^{-1}(-2)=\dfrac{9}{2}$.

06. C

Tem-se que:

$$y=\frac{x+2}{x-2} \Rightarrow yx-2y=x+2$$
$$\Rightarrow (y-1)x=2y+2$$
$$\Rightarrow x=\frac{2y+2}{y-1}.$$

Portanto, sendo $f:\mathbb{R}-\{2\}\to\mathbb{R}-\{1\}$, a inversa de f é $f^{-1}:\mathbb{R}-\{1\}\to\mathbb{R}-\{2\}$, com $f^{-1}(x)=\dfrac{2x+2}{x-1}$.

Daí, como $f(0)=-1$, $f^{-1}(0)=-2$ e $f^{-1}(-1)=0$, vem $[f(0)+f^{-1}(0)+f^{-1}(-1)]^2=(-1+(-2)+0)^2=9$.

07. D

Determinando a função inversa da função $f(x)=\dfrac{x^3+1}{2}$, temos:

$$x=\frac{\left[f^{-1}(x)\right]^3+1}{2} \Rightarrow \left[f^{-1}(x)\right]^3=2x-1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt[3]{2x-1}$$

08. B

Sabendo que o gráfico de uma função e sua inversa são simétricos em relação à reta y = x, podemos concluir que a única possibilidade, dentre as apresentadas, é $f(x)=10^x$ e $g(x)=\log x$.

09. A

Lembrando que $\log_b a^c=c\cdot\log_b a$ e $\log_b b=1$, com a, b, c reais positivos e $b\neq 1$, temos:

$$Q=1+4\cdot(0{,}8)^{2P} \Leftrightarrow \frac{Q-1}{4}=(0{,}8)^{2P}$$
$$\Leftrightarrow \log_{0,8}\frac{Q-1}{4}=\log_{0,8}(0{,}8)^{2P}$$
$$\Leftrightarrow 2P=\log_{0,8}\frac{Q-1}{4}$$
$$\Leftrightarrow P=\frac{1}{2}\cdot\log_{0,8}\frac{Q-1}{4}$$
$$\Leftrightarrow P=\log_{0,8}\sqrt{\frac{Q-1}{4}}.$$

10. C

$$c=\frac{1}{1+n^2} \Rightarrow 1+n^2=\frac{1}{c} \Rightarrow n^2=\frac{1}{c}-1 \Rightarrow \boxed{n=\sqrt{\frac{1-c}{c}}}$$

AULA 23

01. A

Desde que $A_k = k^2$, temos:
$A_n - A_{n-1} = n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1$,
para todo n natural, com $n \geq 2$.

02. B

$$a_9=\frac{82}{3}-\frac{9}{3}=\frac{73}{3}$$
$$a_8=\frac{73}{3}-\frac{9}{3}=\frac{64}{3}$$
$$a_7=\frac{64}{3}-\frac{9}{3}=\frac{55}{3}$$

Portanto, a média aritmética dos 4 últimos termos será dada por:

$$M=\frac{\frac{82}{3}+\frac{73}{3}+\frac{64}{3}+\frac{55}{3}}{4}=\frac{274}{12}=\frac{137}{6}$$

03. B

Observando a sequência, percebemos que:
Cada termo de ordem par é o seu termo anterior multiplicado por –5.
Cada termo de ordem ímpar, partindo do terceiro, é o seu termo anterior acrescido de 2.

Diante dessas observações, podemos escrever a sequência até o décimo segundo termo:
–2, 10, 12, –60, –58, 290, 292, –1 460, –1 458, 7 290, 7 292, –36 460, ...

Portanto, verifica-se que o 12º termo é um número par entre –40 000 e –30 000.

04. E

A soma dos nove primeiros resultados é:

$$12 \cdot 3 + 12 \cdot 3^2 + \ldots + 12 \cdot 3^9 = 12 \cdot 3 \cdot \frac{3^9 - 1}{3 - 1} =$$

$$= 6 \cdot (3^{10} - 3)$$

A soma dos quatro últimos resultados é:

$$(12 \cdot 3^9 + 4) + (12 \cdot 3^9 + 8) + (12 \cdot 3^9 + 12) + (12 \cdot 3^9 + 16) =$$

$$= 4 \cdot 12 \cdot 3^9 + 40$$

$$= 20 \cdot (3^{10} + 2) - 4 \cdot 3^{10}.$$

O décimo segundo resultado é dado por:

$$12 \cdot 3^9 + 3 \cdot 4 = 12 \cdot (3^9 + 1).$$

O décimo resultado é $12 \cdot 3^9 + 4$.

A soma dos treze resultados é:

$$6 \cdot 3^{10} - 18 + 16 \cdot 3^{10} + 40 =$$

$$= 22 \cdot 3^{10} + 22 = 22 \cdot (3^{10} + 1).$$

05. B

Observamos que as letras I, F, A, L e M se repetem nessa ordem continuamente. Para obter a 2017ª posição, basta dividir 2017 por 5 e seu resto indicara a qual das cinco letras está relacionada. Dividindo:

$$\begin{array}{r|l} 2017 & 5 \\ \hline 2 & 403 \end{array}$$

Visto que o resto é dois, basta procurar a letra que ocupa a segunda posição da sequência I, F, A, L e M. Dessa maneira, a letra da 2017ª posição é a letra F.

06. C

Como a área do quadrado menor é 4, seu lado será dois. Assim, a sequência de quadrados com os lados proporcionais à sequência de Fibonacci é: (2, 2, 4, 6, 10, 16) e a sequência das áreas será (4, 4, 16, 36, 100, 256).

Portanto, a razão pedida será dada por:

$$\frac{4 + 4 + 16 + 36 + 100 + 256}{4} = \frac{416}{4} = 104$$

07. E

$$\left(\frac{11}{2}; \frac{17}{3}; \frac{35}{6}; 6; \frac{37}{6}; \frac{19}{3}; \frac{13}{2}; \ldots\right) =$$

$$= \left(\frac{33}{6}; \frac{34}{6}; \frac{35}{6}; \frac{36}{6}; \frac{37}{6}; \frac{38}{6}; \frac{39}{6}; \ldots\right)$$

Portanto, o oitavo termo dessa sequência será: $\frac{40}{6} = \frac{20}{3}$.

08. A

Calculando para 2016 termos:

$$\frac{S_1 + S_2 + \ldots + S_{2016}}{2016} = 6051 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + (a_1 + a_2) + (a_1 + a_2 + a_3) \ldots + (a_1 + a_2 + \ldots + a_{2016})}{2016} = 6051$$

$$a_1 + (a_1 + a_2) + (a_1 + a_2 + a_3) + \ldots + (a_1 + a_2 + \ldots + a_{2016}) = 6051 \cdot 2016$$

Calculando para 2017 termos:

$$\frac{S_1 + S_2 + \ldots + S_{2017}}{2017} = x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1 + (1 + a_1) + (1 + a_1 + a_2) + \ldots + (1 + a_1 + a_2 + \ldots + a_{2016})}{2017} = x$$

$$\frac{2017 + \left[a_1 + (a_1 + a_2) + (a_1 + a_2 + a_3) \ldots + (a_1 + a_2 + \ldots + a_{2016})\right]}{2017} = x$$

$$\Rightarrow \frac{2017 + 6051 \cdot 2016}{2017} = x$$

$$x = 6049$$

09. D

Os grupos batem palmas simultaneamente a cada mmc (2, 3, 4) = 12 segundos. Logo, se o primeiro registro corresponde a 1 s, então o termo geral da sequência anotada é $1 + (n - 1) \cdot 12$, com n sendo um número natural e $1 \leq n \leq 5$.

10. A

Tem-se que:

$$x_n = \frac{\left(\frac{1+1}{2}\right) \cdot n}{\left(\frac{n+n}{2}\right) \cdot n} = \frac{1}{n}, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}^*.$$

AULA 24

01. D

$$2x + 1 - x - 2 = x^2 - 10 - 2x - 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = 5 \\ x = -2 \ \text{(não convém)} \end{array} \right.$$

$$\text{PA} \rightarrow 7, 11, 15$$

$$\text{Perímetro} = 7 + 11 + 15 = 33$$

02. D

Calculando:

$$\text{PA} \rightarrow (a_1, a_2, a_3) \rightarrow 2a_2 = a_1 + a_3$$

$$2\sec x = 2 + \operatorname{tg} x \rightarrow 2 \cdot \frac{1}{\cos x} = 2 + \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \rightarrow$$

$$\operatorname{sen} x + 2\cos x = 2 \rightarrow \operatorname{sen} x = 2 - 2\cos x$$

$\text{sen}\, x = \sqrt{1-\cos^2 x}$

$\sqrt{1-\cos^2 x} = 2 - 2\cos x \to$

$1-\cos^2 x = 4 - 8\cos x + 4\cos^2 x \to$

$5\cos^2 x - 8\cos x + 3 = 0$

$\cos x = \dfrac{3}{5}$ ou $\cos x = 1$ (não convém)

$\sec x = \dfrac{5}{3}$; $\text{tg} x = \dfrac{4}{3}$

$PA \to r = \dfrac{5}{3} - \dfrac{4}{3} \to r = \dfrac{1}{3}$

03. D

PA, onde $a_1 = 33\ 000$ e razão $r = 1\ 500$.
a_7 = número de passagens vendidas em julho do ano passado.

Logo:
$a_7 = a_1 + 6 \cdot r$
$a_7 = 33\ 000 + 6 \cdot 1\ 500$
$a_7 = 42\ 000$.

04. C

Calculando:
$a_{2017} = a_1 + 2016 \times r$
$a_{2017} = 4 + 2016 \times 2 = 4\ 036$

05. D

As distâncias percorridas pelo corredor constituem a progressão aritmética (3; 3,5; 4; ...; 10).
Se n denota o número de dias para que o planejamento seja executado, temos que:
$10 = 3 + (n-1) \cdot 0{,}5 \Leftrightarrow 7 \cdot 2 = n - 1 \Leftrightarrow n = 15.$

06. B

PA (4, 7, 10, ...) r = 3
Sendo Q a quantia de quadrados e C a quantia de canudos, temos:
$C = Q_1 + (Q - 1) \cdot r$
$C = 4 + (Q - 1) \cdot 3$
$C = 3 \cdot Q + 1$

07. B

Tem-se que a altura h, em centímetros, de uma pilha de n cadeiras, $n \geq 1$, em relação ao chão, é dada por:
$h = 48 + 3(n-1) + 44 = 3n + 89.$
Portanto, se h = 140 cm, então
$140 = 3n + 89 \Leftrightarrow n = 17.$

08. D

$$\left.\begin{matrix} a_1 = 1\ 000 \\ a_2 = 1\ 400 \\ a_3 = 1\ 800 \end{matrix}\right\rangle \Rightarrow PA \Rightarrow r = 400$$

$a_n = 21\ 000 = a_1 + (n-1) \cdot r \Rightarrow$

$\Rightarrow 21\ 000 = 1\ 000 + (n-1) \cdot 400$

$\Rightarrow 20\ 400 = 400\, n \Rightarrow n = 51$

09. D

Sabendo que a fórmula do termo geral de uma P.A. é $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, onde r é razão e a_1 é o primeiro termo e que o primeiro termo é 2017 e a razão é 7:

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$a_{10} = 2017 + (10-1) \cdot 7$

$a_{10} = 2017 + 9 \cdot 7$

$a_{10} = 2080$

10. E

Calculando:
PA = 10, x, y, z, 70

$a_1 = 10$

$a_5 = a_1 + 4r = 70 \Rightarrow 10 + 4r = 70 \Rightarrow r = 15$

$$\left.\begin{matrix} x = 10 + r = 25 \\ y = x + r = 40 \\ z = y + r = 55 \end{matrix}\right\rangle = x + y + z = 120$$

AULA 25

01. D

Como a distância entre dois telefones será sempre a mesma, então temos a PA (3, 8, _, _, _, ..., _, _, 328).

$328 = 3 + (n-1) \cdot 5 \Rightarrow$

$325 = (n-1) \cdot 5 \Rightarrow$

$65 = n - 1 \Rightarrow \boxed{n = 66}$

02. B

Valores referentes aos resistores em P.A. (x – r, x, x + r), onde r é a razão da P.A.
Em série, temos a seguinte relação:
$x - r + x + x + r = 15 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5.$

Em paralelo, temos:

$$\frac{1}{5-r} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5+r} = \frac{33}{40} \Rightarrow \frac{1}{5-r} + \frac{1}{5+r} = \frac{25}{40} \Rightarrow$$

$$\frac{5+r+5-r}{25-r^2} = \frac{5}{8} \Rightarrow 125 - 5r^2 = 80 \Rightarrow r = \pm 3$$

Considerando r = 3, a P.A. será dada por (2, 5, 8).
Considerando r = –3, a P.A. será dada por (8, 5, 20).
Portanto, o produto pedido será dado por $2 \cdot 5 \cdot 8 = 80$.

03. D

Sejam l · l + 5 e l + 10 as medidas dos lados do triângulo UPE. Logo, pelo teorema de Pitágoras, vem:
$(l + 10)^2 = l^2 + (l + 5)^2 \Leftrightarrow l^2 + 20l + 100 = l^2 + l^2 + 10l + 25 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow l2 - 10l - 75 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow l = 15$ cm

Em consequência, o resultado pedido é:

$$\frac{15 \cdot 20}{2} = 150\ \text{cm}^2$$

04. B

Propriedade de progressão aritmética:
$a_1 + a_{12} = a_2 + a_{11} + a_3 + a_{10}$

Portanto:
$\log_2 (a_1 + a_{12})^3 = \log (a_2 + a_{10})^3 = \log_2(2^5)^3 = 15$

05. E
Sejam $l - r$, l e $l + r$ os lados do triângulo, em que l e r são reais positivos.
Pelo teorema de Pitágoras, obtemos:
$(l + r)^2 = l^2 + (l - r)^2 \Leftrightarrow l^2 + 2rl + r^2 = l^2 + l^2 - 2rl + r^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4rl = l^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow l = 4r$

Sabendo que o menor ângulo interno do triângulo é oposto ao menor lado, vem:

$$\operatorname{tg} x = \frac{l - r}{l} = \frac{4r - r}{4r} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

06. A
Seja $x - 2r$, $x - r$, x, $x + r$ e $x + 2r$ o número de pães que cada homem recebeu, com $x, r > 0$.

Desse modo,

$$\begin{cases} x - 2r + x - r + x + x + r + x + 2r = 100 \\ \dfrac{x + x + r + x + 2r}{7} = x - 2r + x - r \end{cases} \Rightarrow$$

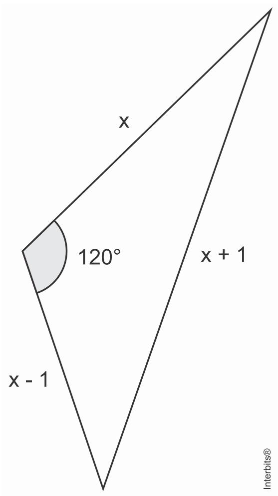
$$\begin{cases} 5x = 100 \\ 3x + 3r = 14x - 21r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ 24r = 11x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ r = \dfrac{11 \cdot 20}{24} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ r = \dfrac{55}{6} \cdot \end{cases}$$

Portanto, coube ao homem que recebeu a parte maior da divisão a quantidade de

$$x + 2r = 20 + 2 \cdot \frac{55}{6} = 20 + \frac{55}{3} = \frac{60 + 5}{3} = \frac{115}{3} \text{ pães.}$$

07. C
Sabemos que o maior lado de um triângulo é oposto ao seu maior ângulo. Podemos, então, aplicar o teorema dos cossenos no triângulo considerado no enunciado:



$(x + 1)^2 = x^2 + (x - 1)^2 - 2 \cdot x \cdot (x - 1) \cdot \cos 120^\circ$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1 - 2 \cdot x \cdot (x - 1) \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1 + x^2 - x$

$2x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x = 0$ (não convém) ou $x = \dfrac{5}{2}$

Portanto, o perímetro P do triângulo será dado por:

$P = x + x - 1 + x + 1 = 3x = 3 \cdot \dfrac{5}{2} = 7{,}5$

08. C
De acordo com a propriedade dos extremos de uma PA, e sabendo que essa sequência possui cinco termos, temos:

$$PA = a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \Rightarrow \frac{a_1 + a_5}{2} = \frac{a_{14} + a_4}{2} = a_3$$

Sabe-se também que o produto dos extremos é igual a 57 e que a soma dos outros 3 termos é igual a 33, logo:

$$\begin{cases} a_1 \cdot a_5 = 57 \\ a_2 + a_3 + a_4 = 33 \end{cases}$$

Como $\dfrac{a_2 + a_4}{2} = a_3$, temos que $a_2 + a_4 = 2 \cdot a_3$, e podemos substituir em $a_2 + a_3 + a_4 = 33$:
$(2 \cdot a_3) + a_3 = 33 \Rightarrow a_3 = 11$
E como $\dfrac{a_1 + a_5}{2} = \dfrac{a_2 + a_4}{2} = a_3$, temos que:
$a_1 + a_5 = a_2 + a_4 = 22$

Dessa maneira, pode-se reescrever o sistema da seguinte forma:

$$\begin{cases} a_1 \cdot a_5 = 57 \\ a_1 + a_5 = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \dfrac{57}{a_5} \\ a_1 = 22 - a_5 \end{cases}$$

$$\frac{57}{a_5} = 22 - a_5 \Rightarrow 57 = a_5 \cdot (22 - a_5)$$

$$57 = a_5 \cdot (22 - a_5) \Rightarrow a_5^2 - 2 \cdot a_5 + 57 = 0$$

Aplicando soma e produto à equação acima, temos: soma $= \dfrac{-b}{a} = 22$ e produto $= \dfrac{c}{a} = 57$.

Logo, $a_5 = 3$ e $a_5 = 19$. Como o terceiro termo é $a_3 = 11$, descartamos $a_5 = 3$. Dessa forma, o quinto termo dessa progressão é $a_5 = 19$.

09. B
MMC (3, 4) = 12
Múltiplos de 12 são múltiplos de 3 e de 4 ao mesmo tempo.
Múltiplos de 12 entre 50 e 100 (60, 72, ..., 84, 96).
Utilizando a fórmula do termo geral da P.A., temos:
$96 = 60 + (n-1) \cdot 12$ (em que n é o número de múltiplos de 12 entre 50 e 100)
$36 = (n - 1) \cdot 12$
$n - 1 = 3 \Rightarrow n = 4$

10. A

$$\begin{cases} a_3 + a_9 = 700 \\ a_5 + a_{11} = 820 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2R + a_1 + 8R = 700 \\ a_1 + 4R + a_1 + 10R = 820 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 10R = 700 \\ 2a_1 + 14R = 820 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a_1 - 10R = -700 \\ 2a_1 + 14R = 820 \end{cases} \Rightarrow \boxed{R = 30}$$

$$2a_1 + 10 \cdot 30 = 700 \Rightarrow \boxed{a_1 = 200}$$

AULA 26

01. B

A quantidade de cartas que forma o monte é dada por 52 – (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 24.

02. D

Como 51,50 – 50,25 = 52,75 – 51,50 = 54 – 52,75 = 1,25, podemos concluir que a sequência 50,25; 51,50; 52,75; 54,00; ... é uma progressão aritmética de primeiro termo a_1 = 50,25 e razão r = 1,25. Portanto, queremos calcular a soma dos 10 primeiros termos dessa progressão aritmética, ou seja:

$$S_{10} = \left(\frac{2a_1 + 9r}{2}\right) \cdot 10$$

$$= \left(\frac{2 \cdot 50{,}25 + 9 \cdot 1{,}25}{2}\right) \cdot 10$$

$$= 558{,}75$$

03. C

Considere a seguinte situação:

Sabendo que: $a_{10} = a_1 + 9r$

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2r \\ a_8 = a_1 + 7r \end{cases} \Rightarrow a_3 + a_8 = 2 \cdot a_1 + 9r \Rightarrow$$

$$7 + 17 = 2 \cdot a_1 + 9r \Rightarrow 24 = a_1 + a_{10}$$

Logo:

$$S = \frac{(a_1 + a_{10}) \times n}{2} = \frac{24 \times 10}{2} = 120$$

04. C

O número de blocos em cada camada corresponde à sequência (1, 5, 9, 13, ...). Tal sequência é uma progressão aritmética de razão 4 e primeiro termo 1. Desse modo, tem-se que:

$$\left(\frac{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 4}{2}\right) \cdot n = 378 \Leftrightarrow 2n^2 - n - 378 = 0$$

$$\Rightarrow n = 14.$$

Em consequência, o número de blocos da camada 15 é dado por x = 1 + 14 · 4 = 57.

Portanto, sendo 57 = 3 · 19, podemos afirmar que o resultado é (1 + 1) · (1 + 1) = 4.

05. C

Para obter o total que Pedro conseguiu guardar, basta calcularmos a soma de uma progressão aritmética de doze termos com primeiro termo igual a 100 e razão 8, logo:

$$a_n = a_1 + (n-1) \times r \Rightarrow a_{12} = 100 + 11 \times 80 = 980$$

Calculando a soma, temos:

$$S = \frac{(a_1 + a_{12}) \times n}{2} \Rightarrow S = \frac{(100 + 980) \times 12}{2} = 6\,480 \text{ reais.}$$

06. B

Os elementos da primeira coluna constituem uma progressão aritmética de primeiro termo igual a 1 e razão 2. Logo, o primeiro elemento da linha de número 41 é dado por 1 + 40 · 2 = 81.

Desde que cada elemento da primeira coluna figura n vezes em cada linha n, com 1 ≤ n ≤ 51 e n ∈ ℕ, podemos concluir que a resposta é dada por $41 \cdot 81 + \left(\frac{83 + 101}{2}\right) \cdot 10 = 4\,241.$

07. A

Do enunciado, consideremos a PA abaixo:

$(a_1, a_2, a_3, ..., a_{15})$

Sem perda de generalidade, consideremos a_{15} como o maior dos 15 números.

Sendo 46 a média aritmética dos quinze números da PA:

$$46 = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{15}}{15}$$

$$46 = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} \cdot \frac{1}{15}$$

$$46 = \frac{a_1 + a_{15}}{2}$$

$$a_1 + a_{15} = 92$$

Como a PA possui razão igual a 2:

$$a_{15} = a_1 + 14 \cdot 2$$

$$a_{15} = a_1 + 28$$

$$a_1 = a_{15} - 28$$

Substituindo $a_1 = a_{15} - 28$ na equação $a_1 + a_{15} = 92$:

$$a_{15} - 28 + a_{15} = 92$$

$$2a_{15} = 120$$

$$a_{15} = 60$$

08. D

Os valores doados constituem uma progressão aritmética de primeiro termo igual a 350 e razão 50. Logo, se n é o número de microempresas que participaram da campanha, então:

$$16\,500 = \left(350 + \frac{(n-1) \cdot 50}{2}\right) \cdot n \Leftrightarrow n^2 + 13n - 660 = 0$$

$$\Rightarrow n = 20.$$

09. A

A soma dos *n* primeiros termos da P.A. será dada por $S_n = \frac{(2\,020 + 2\,600) \cdot n}{2}$.

A média dos *n* termos será:

$$\frac{(2\,020 + 2\,600) \cdot n}{2 \cdot n} = 2\,310 \cdot t.$$

10. E

$$\frac{S_{20}}{20} = 40 \Leftrightarrow S_{20} = 800$$

$$\frac{(a_1 + a_{20}).20}{2} = 800 \Leftrightarrow (a_1 + a_{20}) = 80$$

Retirando o primeiro e o último termo, temos a média:

$$\frac{800 - 80}{20 - 2} = 40$$

AULA 27

01. A

Através da definição da PG, podemos escrever que:

$$y^2 = x \cdot (x + y) \Rightarrow y^2 = x^2 + xy \Rightarrow y^2 - xy - x^2 = 0$$

Resolvendo a equação na incógnita y, temos:

$$y = \frac{x \pm \sqrt{5x^2}}{2 \cdot 1} \Rightarrow y = \frac{x \cdot \left(1 \pm \sqrt{5}\right)}{2}$$

Como x e y são números positivos, concluímos que:

$$y = \frac{x \cdot \left(1 + \sqrt{5}\right)}{2} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Portanto, a razão q da PG será dada por:

$$q = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

02. D

Visto que os ladrilhos seguem um crescimento geométrico de ordem 2, e que o número de triângulos pretos é o mesmo número de ladrilhos, basta calcular o termo de número dez.

$a_{10} = a_1 \cdot q^{(n-1)} \Rightarrow a_{10} = 1 \cdot 2^{(9)} = 512$ triângulos pretos.

03. C

O número de visitantes cresce segundo uma progressão geométrica de primeiro termo 345 e razão 3. Por conseguinte, a resposta é 345×3^3.

04. E

O número de unidades produzidas cresce segundo uma progressão geométrica de razão q = 1 + 0,5 = 1,5 e primeiro termo igual a 8 000.

Portanto, a equação que determina o número de unidades produzidas P em função de t, para t ≥ 1, é $P(t) = 8\,000 \cdot (1{,}5)^{t-1}$.

05. E

Uma hora corresponde a $\frac{4}{4}$ de hora. Logo, ao fim de uma hora, o número de bactérias X foi de $2^4 \cdot 10^5$.

06. B

É fácil ver que o número de quadrados pretos que restam após a n-ésima iteração é dado por 8^n. Portanto, após a terceira iteração, o número de quadrados pretos que restam é igual a $8^3 = 512$.

07. B

Seja i a taxa de redução anual procurada.
Como o percentual de abandono em 2010 foi de 10,3%, segue-se que i deve ser tal que:

$$10{,}3 \cdot (1 - i)^3 = 5{,}2 \Leftrightarrow (1 - i)^3 = \frac{5{,}2}{10{,}3}$$

$\Rightarrow (1 - i)^3 \cong 0{,}51$
$\Rightarrow (1 - i)^3 \cong (0{,}8)^3$
$\Rightarrow 1 - i \cong 0{,}8$
$\Rightarrow i \cong 20\%$ a.a.

08. C

O número de triângulos pretos em cada passo constitui a PG (1, 3, 9, 27, ...).
A alternativa (C) é a única que apresenta 27 triângulos pretos.

09. A

Calculando:
$PG \rightarrow 81, 45, 25$

$$q = \frac{45}{81} = \frac{5}{9}$$

$$a_5 = 81 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^4 = \frac{625}{81}$$

10. A

Seja q a taxa de decrescimento. Logo, tem-se que:

$$32\,000 = 50\,000 \cdot q^2 \Leftrightarrow q^2 = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow q = \frac{4}{5}.$$

A resposta é $32\,000 \cdot \frac{4}{5} = R\$\ 25\,600{,}00$.

AULA 28

01. D

Como os termos decrescem de dois em dois, temos uma progressão de primeiro termo igual a 20 e razão –2; logo, temos uma progressão aritmética decrescente.

02. C

O número de inscritos no canal de Dudu cresce em progressão geométrica de razão 2.
Para solucionar a questão, devemos considerar a soma dos 10 primeiros termos das PG abaixo:
(5, 10, 20, 40, 80, ...)

$$S_{10} = \frac{5 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 5\,115 \text{ inscritos.}$$

03. D

Seja $S_n = a_1 \cdot \dfrac{(q^n - 1)}{q - 1}$ a soma finita dos termos de uma PG, onde q é razão e a_1, o primeiro termo.

$$S_5 = 2 \cdot \frac{(3^5 - 1)}{3 - 1} = 2 \cdot \frac{(3^5 - 1)}{3 - 1} = \frac{2 \cdot 242}{2} = 242$$

04. A

Da PG (4, 8, 16, ..., 2 048), temos:

$q = \dfrac{8}{4} = 2$, onde q é a razão da PG.

$2\,048 = 4 \cdot 2^{n-1}$, onde n é o número de termos da PG.

$$\frac{2048}{4} = 2^{n-1}$$
$$512 = 2^{n-1}$$
$$2^9 = 2^{n-1}$$
$$n = 10$$

Então:

$$S = \frac{4 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1}$$
$$S = 4\,092$$

05. C

Do enunciado, temos a sequência (x, x, 2x, 4x, ...).

Note que a sequência (x, 2x, 4x, ...) é uma progressão geométrica, onde o primeiro termo é x e a razão é 2.

Observe também que a progressão geométrica possui (N – 1) termos.

Assim:

$$x + \frac{(2^{N-1} - 1)}{2 - 1} = 640$$
$$x + x \cdot 2^{N-1} - x = 640$$
$$x \cdot 2^{N-1} = 640$$
$$x \cdot 2^{N-1} = 5 \cdot 2^7$$

Como x e N são naturais e N é o maior possível, x = 5 e N = 8.

Logo:

$N \cdot x = 8 \cdot 5$

$N \cdot x = 40$

06. D

Desde que $a_{n+1} = 1 \cdot 2^n \Leftrightarrow a_{n+1} = 2^n$, temos:

$$S_n = 1 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} \Leftrightarrow S_n = a_{n+1} - 1$$

07. E

A resposta é dada por:

$$12 + 12 + 12 \cdot \frac{1}{2} + \ldots + 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 12 + 12 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6}{1 - \frac{1}{2}}$$
$$= 12 + 12 \cdot \frac{63}{32}$$
$$\cong 36 \text{ m}$$

08. C

$$PG = \left(\frac{a}{q},\ a,\ aq\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\frac{a}{q} + a}{2} = 6 \Rightarrow \dfrac{a}{q} + a = 12 \Rightarrow a \cdot \left(\dfrac{1}{q} + 1\right) = 12 \\ \dfrac{a + aq}{2} = 18 \Rightarrow a \cdot (1 + q) = 36 \Rightarrow a = \dfrac{36}{1+q} \end{array}\right\rangle$$

$$\Rightarrow \frac{36}{1+q} \cdot \left(\frac{1}{q} + 1\right) = 12$$
$$\frac{36}{1+q} \cdot \left(\frac{1}{q} + 1\right) = 12 \Rightarrow \frac{36}{(1+q) \cdot q} + \frac{36}{1+q} = 12 \Rightarrow$$
$$\frac{36 + 36q}{(1+q) \cdot q} = 12$$
$$\Rightarrow 36 + 36q = 12q \cdot (1+q) \Rightarrow$$
$$12q^2 - 24q - 36 = 0 \Rightarrow q^2 - 2q - 3 = 0 \Rightarrow$$
$$\left\langle \begin{array}{l} q' = 3 \\ q'' = -1 \text{ (não convém)} \end{array} \right.$$
$$a = \frac{36}{1+4} \Rightarrow a = 9$$
$$PG = (3,\ 9,\ 27) \Rightarrow \text{Soma} = 3 + 9 + 27 = 39$$

09. B

Desde que $x_5 = 24q$ e $q \in \mathbb{R}_+^*$, temos:

$$x_5 + x_6 = 90 \Leftrightarrow 24q + 24q^2 = 90$$
$$\Leftrightarrow (2q+1)^2 = 16$$
$$\Rightarrow q = \frac{3}{2}.$$

Em consequência, vem:

$$x_1 q^4 = 24q \Leftrightarrow x_1 = \frac{24}{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{64}{9}.$$

Portanto, como $\dfrac{64}{9} = \dfrac{640}{90} > \dfrac{639}{90} = \dfrac{71}{10} = 7{,}1$, segue o resultado.

10. A

De acordo com os dados do enunciado, pode-se escrever:

PA $\rightarrow$ $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$

PG $\rightarrow$ $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$a_1 + b_2 = 3 \rightarrow a_1 + b_1 \cdot q = 3$ (eq. 1)

$a_4 + b_3 = 26 \rightarrow (a_4 + 3r) + b_1 \cdot q^2 = 26$ (eq. 2)

Fazendo (eq. 2) – (eq. 1):
$b_1 \cdot q(q-1) + 3r = 23$ com $b_1, q, r \in \mathbb{Z}_+^*$ $q > 2$

Analisando os possíveis valores de r:

Caso 1:

$r = 1 \to b_1 \cdot q(q-1) = 20 = 4 \cdot 5 \to \begin{cases} q = 5 \\ b_1 = 1 \end{cases}$

Caso 2:

$r = 2 \to b_1 \cdot q(q-1) = 17 \to$ número primo, sem solução

Caso 3:

$r = 3 \to b_1 \cdot q(q-1) = 14 = 2 \cdot 7 \to$ condição $q > 2$, sem solução

Caso 4:

$r = 4 \to b_1 \cdot q(q-1) = 11 \to$ número primo, sem solução

Caso 5:

$r = 5 \to b_1 \cdot q(q-1) = 8 = 2 \cdot 4 \to$ condição $q > 2$, sem solução

Caso 6:

$r = 6 \to b_1 \cdot q(q-1) = 5 \to$ número primo, sem solução

Caso 7:

$r = 7 \to b_1 \cdot q(q-1) = 2 \to$ condição $q > 2$, sem solução

Caso 8:

$r \geq 8 \to b_1 \cdot q(q-1) < 0 \to$ sem solução

AULA 29

01. C

Trata-se de soma de PG infinita. Com os dados do enunciado, pode-se escrever:

$$PG \to 3L\,;\ \frac{3L}{2}\,;\ \frac{3L}{4}\,;\ \dots\ n$$

$$q = \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{3L}{1-\frac{1}{2}} = \frac{3L}{\frac{1}{2}} \to S = 6L$$

02. D

Calculando os comprimentos dos segmentos destacados e sua soma:

$$\left.\begin{aligned} seg_1 &= \frac{4}{2} = 2 \\ seg_2 &= \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \\ seg_3 &= \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = 1 \end{aligned}\right\} \text{PG razão } q = \frac{1}{\sqrt{2}} \to S_\infty = \frac{2}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)} = 4 + 2\sqrt{2}$$

03. D

Soma dos infinitos termos da PG:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q} \Rightarrow S_\infty = \frac{31\,185}{1-\frac{1}{2}} = 62\,370\ \text{mm}^2$$

04. E

Área do círculo maior: $A = \pi \cdot 1^2 = \pi$

O raio do segundo círculo é $\frac{1}{2}$ do raio do primeiro, portanto a segunda área será $A^2 = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}$.

A sequência das infinitas áreas é uma P.G. de razão $q = \frac{1}{4}$.

Daí, a soma dos infinitos termos dessa sequência será dada por:

$$S = \frac{\pi}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4\pi}{3}$$

05. B

Comprimento de uma semicircunferência de raio $r: \frac{2\pi r}{2} = \pi \cdot r$

Logo, a soma pedida será dada por:

$S = \pi \cdot 1 + \pi \cdot 2 + \pi \cdot 4 + \pi \cdot 8 + \dots$

$S = \pi \cdot (1 + 2 + 4 + 8 + \dots)$

$$S = \pi \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}}$$

$S = 2 \cdot \pi$

06. E

Lembrando que o limite da soma dos termos de uma progressão geométrica de primeiro termo a_1 e razão $-1 < q < 1$ é dado por $\frac{a_1}{1-q}$, temos:

$$\begin{aligned} 0{,}001 + 0{,}000001 + 0{,}000000001 + \dots &= 10^{-3} + 10^{-6} + 10^{-9} + \dots \\ &= \frac{10^{-3}}{1-10^{-3}} \\ &= \frac{1}{10^3 - 1} \\ &= \frac{1}{999}. \end{aligned}$$

07. C

Pelo teorema de Pitágoras aplicado no triângulo ABC, encontramos facilmente $\overline{AC} = 20$ m.

Os triângulos ABC, CDE, EFG, ... são semelhantes por AA. Logo, como a razão de semelhança é igual a $\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$, segue-se que $\overline{AC} = 20$ m, $\overline{CE} = 15$ m, $\overline{EG} = \frac{45}{4}$m, ... constituem uma progressão geométrica, cujo limite da soma dos n primeiros termos é dado por $\frac{20}{1-\frac{3}{4}} = 80$ m.

08. D

Desde que $-1 < \text{tg } x < 1$ para todo $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ e $x \neq 0$, podemos afirmar que a sequência (1, tg x, tg^2 x, tg^3 x, ...) é uma progressão geométrica infinita de razão $q = \text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\cos x}$ e primeiro termo $a_1 = 1$. Logo, temos:

$$1 + \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^3 x + \ldots = \frac{1}{1 - \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x}}$$

$$= \frac{\cos x}{\cos x - \operatorname{sen} x}$$

09. C

$$x = 3 + \frac{7}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{4}{10^3} + \frac{4}{10^4} + \frac{4}{10^5} + \ldots$$

$$x = 3 + \frac{7}{10} + \left(\frac{4}{10^2} + \frac{4}{10^3} + \frac{4}{10^4} + \frac{4}{10^5} + \ldots\right)$$

A soma entre os parênteses é a soma de uma PG infinita de razão $\frac{1}{10}$. Podemos, então, escrever que:

$$x = \frac{37}{10} + \frac{\dfrac{4}{10^2}}{1 - \dfrac{1}{10}}$$

$$x = \frac{37}{10} + \frac{\dfrac{4}{100}}{\dfrac{9}{10}}$$

$$x = \frac{37}{10} + \frac{4}{90}$$

$$x = \frac{337}{90}$$

10. D

A expressão dada trata-se de PG infinita de razão igual a sen θ. Assim, pode-se escrever:

$$S = \frac{a_1}{1 - q} \Rightarrow 10 = \frac{2}{1 - \operatorname{sen}\theta} \Rightarrow 10 - 10\operatorname{sen}\theta = 2 \Rightarrow \operatorname{sen}\theta = \frac{4}{5}$$

$$(\operatorname{sen}\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^2 + (\cos\theta)^2 = 1 \Rightarrow \cos\theta = \frac{3}{5}$$

$$|\cos(2\theta)| = |(\cos\theta)^2 - (\operatorname{sen}\theta)^2| = \left|\frac{9}{25} - \frac{16}{25}\right| = \left|-\frac{7}{25}\right| = \frac{7}{25}$$

AULA 30

01. A

A função inversa de f é $f^{-1}(x) = \log_2 x$.

Logo, segue que:

$$\begin{aligned} f^{-1}(16) - f^{-1}(2) - f^{-1}(1) &= \log_2 16 - \log_2 2 - \log_2 1 \\ &= \log_2 2^4 - 1 \\ &= 4\log_2 2 - 1 \\ &= 3. \end{aligned}$$

02. C

Desde que:

$$f(x+1) = \frac{x+1}{x+1-1} \Leftrightarrow f(x+1) = \frac{x+1}{x},$$

temos:

$$\begin{aligned} g(x) &= f(f(x+1)) \\ &= \frac{\dfrac{x+1}{x}}{\dfrac{x+1}{x} - 1} \\ &= \frac{\dfrac{x+1}{x}}{\dfrac{x+1-x}{x}} \\ &= x+1. \end{aligned}$$

03. B

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$

$$a_6 \to 54 = a_1 + (6-1)\cdot 3 \to a_1 = 39$$

$$a_{76} = 39 + (76-1)\cdot 3 = 264$$

04. B

É fácil ver que os elementos de cada coluna estão em progressão aritmética de razão 5. Logo, sendo 374 = 5 · 75 − 1, podemos concluir que 374 está situado na linha 75, coluna 4.

Portanto, a resposta é:

371 + 372 + 373 + 374 + 375 = 1 865.

05. D

Tem-se que:

$$\begin{aligned} \log y - \log x = \log z - \log y &\Leftrightarrow \log\frac{y}{x} = \log\frac{z}{y} \\ &\Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{z}{y} \\ &\Leftrightarrow y^2 = xz. \end{aligned}$$

06. C

Tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{1+3+5+\ldots+2n-1}{2+4+6+\ldots+2n} = \frac{2014}{2015} &\Leftrightarrow \frac{\left(\dfrac{1+2n-1}{2}\right)n}{\left(\dfrac{2+2n}{2}\right)n} = \frac{2014}{2015} \\ &\Leftrightarrow \frac{n}{1+n} = \frac{2014}{2015} \\ &\Leftrightarrow n = 2014. \end{aligned}$$

07. A

Se $t_1 \cdot t_2 \cdot t_3 \cdot t_4 \cdot t_5 = 6^{10}$, então:

$$P_n = a_1^{\,n} \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}} \Rightarrow t_1^{\,5} \cdot q^{\frac{5\cdot(5-1)}{2}} = 6^{10} \Rightarrow$$

$$t_1^{\,5} \cdot q^{10} = 6^{10} \Rightarrow t_1 \cdot q^2 = 6^2 \Rightarrow \boxed{t_3 = 36}$$

Daí:

$$\frac{t_3 + 4}{t_3 - 4} = \frac{36+4}{36-4} = \frac{40}{32} = \frac{5}{4}$$

08. A

$$\frac{b_1 \cdot \left[\left(\frac{1}{3}\right)^4 - 1\right]}{\frac{1}{3} - 1} = 20 \Rightarrow \frac{b_1 \cdot \left(-\frac{80}{81}\right)}{-\frac{2}{3}} = 20 \Rightarrow b_1 = \frac{27}{2}$$

$$b_4 = \frac{27}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{27}{2} \cdot \frac{1}{27} = \frac{1}{2}$$

09. C

Seja $a_1 = x$ e $a_{61} = y$. Teremos:

$$a_{61} = a_1 \cdot q^{60} \Rightarrow y = x \cdot 2^{60} \Rightarrow x = \frac{y}{2^{60}}$$

$$\frac{y}{4} = \frac{y}{2^{60}} \cdot 2^{n-1} \Rightarrow 2^{-2} = 2^{n-61} \Rightarrow n = 59$$

Então a substância ocupava ¼ da capacidade às 9h58min.

10. D

Seja a sequência (4, a, b, c, 4), com a, b, c $\in \mathbb{Z}$.

$$\begin{cases} a^2 = 4b \\ 2c = b + 4 \\ a + b + c = 18 \end{cases} \Rightarrow$$

$$a + \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{8} + 2 = 18 \Rightarrow 3a^2 + 8a - 128 = 0$$

$$\Rightarrow a = -8 \text{ ou } a = \frac{16}{3} \text{ (não convém)}$$

$$a = -8 \Rightarrow \begin{cases} b = 16 \\ c = 10 \end{cases}$$

Portanto, 4 + a + b = 4 − 8 + 16 = 12.