MATEMÁTICA 1 – VOLUME 3
RESOLUÇÕES – EXERCITANDO EM CASA

AULA 21

01. B

Sejam v e d, respectivamente o número de vacas e a duração, em dias, da ração. Tem-se que $d = k \cdot \frac{1}{v}$, com k sendo a constante de proporcionalidade.

Desse modo, após 14 dias, vem

$$48 = k \cdot \frac{1}{16} \Leftrightarrow k = 48 \cdot 16.$$

Se ele vende 4 vacas, então a duração, d', em dias, da ração será tal que

$$d' = 48 \cdot 16 \cdot \frac{1}{12} = 64.$$

Em consequência, a resposta é 14 + 64 = 78 dias.

02. D

Se com o computador os cálculos demorariam cinco minutos, e cada cálculo do computador demoraria 30 segundos, temos que seria realizado dois cálculos por minuto, isto é:

$$\frac{60 \text{ segundos}}{30 \text{ segundos}} = 2 \text{ cálculos.}$$

Logo:
2 cálculos x 5 minutos = 10 cálculos.

Multiplicando por 12 horas:
10 x 12 = 120 horas.

03. B

Quantidade de latinhas e o valor recebido por elas são grandezas diretamente proporcionais, o que nos permite escrever que:

$$\frac{75}{4{,}50} = \frac{x}{27}$$

Portanto, x = 450.

04. B

O enunciado descreve uma função $y \cdot x = k$, sendo k uma constante. Ou seja: $y = \frac{k}{x}$, o que confere com a informação do enunciado de que x e y são inversamente proporcionais. Ainda de acordo com o informado, quando y = 6, x é igual a 25, logo:

$$y = \frac{k}{x} \to 6 = \frac{k}{25} \to k = 150$$

Portanto, a função descrita será: $y = \frac{150}{x}$. Logo, quando x = 15, y terá valor igual a 10.

05. B

$^5\!/_8$ —— 45 minutos
$^1\!/_8$ —— 9 minutos
$^3\!/_8$ —— $3 \cdot 9 = 27$ minutos

06. C

5 horas —— $\pi \cdot 7^2$
x horas —— $\pi \cdot 14^2$

Logo, x = 20 horas.

07. B

Lembrando que o comprimento do arco é diretamente proporcional ao ângulo central, ao dobrarmos a medida do ângulo, a medida do arco também dobra. Portanto, o resultado pedido é igual a 10 cm.

08. A

Se o viajante percorreu 60 km/h em 4 horas, tem-se que ele percorreu 240 km e dessa maneira, se um viajante percorrer os mesmo 240 km a 40 km/h, teremos que ele demorará:

$$\text{tempo} = \frac{240\text{km}}{40\text{km}/\text{h}} = 6\text{h}$$

09. E

Admita que a variação da área alagada seja proporcional à variação altura da cota, temos;

$$\frac{x - 350}{71 - 70{,}5} = \frac{430 - 350}{71{,}3 - 70{,}1}$$

$$\frac{x - 350}{0{,}5} = \frac{80}{0{,}8}$$

$$x = 400\text{km}^2$$

$$x = 4 \times 10^8\,\text{m}^2.$$

10. D

Se d é a distância do observador à televisão e ℓ é o tamanho da tela, então $d = k \cdot \ell$, com k sendo a constante de proporcionalidade. Assim, teremos

$$1{,}8 = k \cdot 32 \Leftrightarrow k = \frac{8}{160}.$$

Portanto, se $\ell' = 60$, então a distância pedida, d' é

$$d' = \frac{9}{160} \cdot 60 = 3{,}375.$$

AULA 22

01. A

Considere a situação de regra de três composta:

Horas	Garrafas	Dias
4	9600	6
x	24000	20

Notando que a variável Dias e Horas são inversamente proporcionais, temos:

$$\frac{4}{x} = \frac{9600}{24000} \cdot \frac{20}{6} \Rightarrow x = 3 \text{ horas.}$$

02. D

Resolvendo uma regra de três composta, temos:

Agricultores	Tempo (horas)	Área (m²)
12 ↑	4 ↓	800 ↓
6	x	600

$$\frac{4}{x}=\frac{800}{600}\cdot\frac{6}{12}\Rightarrow 48x=288\Rightarrow x=6h$$

03. C

5h – 20% de 5h = 5 – 1 = 4h (diárias)

Dias	Horas trabalhadas por dia	Número de embalagens
3 ↓	↑ 5	↓ 1200
x	4	1840

Interbits®

$$\frac{3}{x}=\frac{4}{5}\cdot\frac{1200}{1840}\Rightarrow\frac{3}{x}=\frac{12}{23}\Rightarrow x=5{,}75$$

Logo, no último dia o tempo total utilizado foi 0,75 do tempo diário, ou seja, 0,75 de 4h = 3h = 180 minutos.

04. D

Número de operários – Inversamente proporcional	Número de horas/dia – Inversamente proporcional	Número de dias
4	8	60
6	5	D

$$\frac{D}{60}=\frac{4}{6}\cdot\frac{8}{5}\rightarrow D=64\text{ dias.}$$

05. C

Fazendo os cálculos:

$$\left.\begin{matrix}5400/36\rightarrow 6\text{ h}\\ 21600/96\rightarrow x\end{matrix}\right\rangle\rightarrow\left.\begin{matrix}150\rightarrow 6\text{ h}\\ 225\rightarrow x\end{matrix}\right\rangle x=9\text{ h}$$

06. A

Alunos	dias	horas	Alimento (kg)
20	10	3	120g
50	20	4	x

$$\frac{120}{20.10.3}=\frac{x}{50.20.4}\Leftrightarrow x=800\text{kg}$$

Total arrecadado = 800 + 120 = 920 kg

07. D

Número de semanas – Inversamente proporcional	Número de horas/dia – Inversamente proporcional	Número de gravetos
3	12	500
2	9	x

$$\frac{x}{500}=\frac{3}{2}\cdot\frac{12}{9}\rightarrow x=1000\text{ gravetos.}$$

08. B

O número de dias n é diretamente proporcional ao número de provas p e inversamente proporcional ao número de professores t. Logo,

$$n=k\cdot\frac{p}{t},$$

no qual, k é a constante de proporcionalidade. Substituindo os valores dados, obtemos

$$6=k\cdot\frac{3000}{13}\Rightarrow k=\frac{13}{500}.$$

De posse do valor de k, o resultado pedido segue de imediato.

$$n=\frac{13}{500}\cdot\frac{5500}{15}\approx 9{,}53\text{ dias.}$$

09. C

Peso – diretamente proporcional	Distância – Diretamente proporcional	Preço
350	20	140
9000	300	P

$$\frac{P}{140}=\frac{9000}{350}\cdot\frac{300}{20}\rightarrow P=54000$$

$$\frac{7}{9}P=\frac{7}{9}x54000=42000$$

10. B

Número de digitadores – Inversamente proporcional	Número de horas/dia – Inversamente proporcional	Trabalho – diretamente proporcional	Número de dias
8	6	3/5	15
6	5	2/5	T

$$\frac{T}{15}=\frac{8}{6}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{2}{3}\rightarrow T=16\text{ dias.}$$

AULA 23

01. B

Seja x o número de metros de tecidos fabricados e vendidos.

Daí, devemos ter:

$$4x-(2\,500+2{,}20x)>0$$

$$4x-2\,500-2{,}20x>0$$

$$1{,}8x>2\,500$$

$$x>\frac{2\,500}{1{,}8}\cong 1\,388{,}89$$

$$x_{\text{mínimo}}=1\,389\text{ m}$$

02. D

Note que:

$$\text{Aplicação}=A-20\%A=A-0{,}2A=0{,}8A$$

$$\text{Reaplicação}=0{,}8A\times 1{,}2=0{,}96A$$

Logo, Bartola tem:

$$0{,}96A-A=-0{,}04A=-4\%$$

Perdeu 4%.

03. D

Considere que o valor do telefone é dado por x, temos que:
Logo, o valor de compra mais o valor do frete é dado por:

$$x + (15\%)x = x + \frac{15}{100}x = x + 0,15x = 1,15x$$

Como o consumidor teve que pagar os mesmos 15% para devolução, temos:

$$1,15x + (15\%)x = 1,15x + \frac{15}{100}x = 1,15x + 0,15x = 1,30x$$

Note que: $1,30x = x + 0,30x = x + (30\%)x$

Logo, o prejuízo total é de 30%.

04. D

$$120 \cdot (1 - 0,40) + 70 \cdot (1 - 0,30) = 72 + 49 = 121$$

05. B

Sendo, d a distância percorrida e seguindo as orientações do enunciado, obtemos a seguinte equação:

$$(2,50 + d \cdot 2) \cdot 0,20 = 15$$
$$2,50 + d \cdot 2 = 75$$
$$2 \cdot d = 72,50$$
$$d = 36,25 \text{ km}$$

Portanto, aproximadamente, 36 km.

06. E

Para obter o aumento percentual (x), basta calcular a razão entre os dois. Ou seja:

$$x = \frac{2,85}{1,5} = 1,9$$

Logo, o produto teve um aumento de 90%, pois, $1,9 = 1 + 0,9$, em que $0,9 = \frac{9}{100} = 90\%$.

07. C

O gasto do consumidor X, no plano A, seria de $29,9 + 40 \cdot 0,4 = \text{R\$ } 45,90.$ Logo, ele deve optar pelo plano B.
O gasto do consumidor Y, no plano B, seria de $34,9 + 200 \cdot 0,1 = \text{R\$ } 54,90$ e, portanto, esta deve ser sua escolha.
O gasto do consumidor Z, no plano B, seria de $34,9 + 640 \cdot 0,1 = \text{R\$ } 98,90$ e, no plano C, seria de $59,9 + 390 \cdot 0,1 = \text{R\$ } 98,90.$ Por conseguinte, sua escolha deve recair no plano D.

08. A

Se n é o número de quilômetros rodados, então
$0,9 \cdot n + 50 = 0,7 \cdot n + 80 \Leftrightarrow 0,2 \cdot n = 30 \Leftrightarrow n = 150 \text{ km}.$

Ademais, cada um pagou $0,9 \cdot 150 + 50 = \text{R\$ } 185,00.$

09. B

Para evitar prejuízo, deve-se ter
$$3,8x - (0,4 \cdot 3,8x + 570) > 0 \Leftrightarrow 2,28x > 570$$
$$\Leftrightarrow x > 250.$$

Portanto, o número mínimo de tubos de plástico que devem ser produzidos e vendidos é igual a 251. Daí segue que $251 \in [248, 260]$.

10. E

Calculando:
C = custo produção em reais
R = preço venda em reais

$$C_{normal} = \frac{12000 + 60 \cdot 500}{500} = 84$$
$$R_{normal} = 1,4 \cdot 84 = 117,60$$
$$C_{recessão} = \frac{12000 + 60 \cdot 500 \cdot 0,8}{500 \cdot 0,8} = 90$$
$$R_{recessão} = R_{normal} = 117,60$$
$$\frac{117,60 - 90}{90} = 0,3067 \approx 31\%$$

AULA 24

01. C

Aplicando R$ 1 000,00 no dia 1º abril a uma taxa mensal de i%, Paulo terá, em 1º de maio, 1 000(1 + i) reais. Depositando mais R$ 1 000,00 em 1º de maio na mesma aplicação, ele terá [1 000(1 + i) + 1 000](1 + i) reais em 1º de junho. Desse modo,

$$[1000(1+i) + 1000](1+i) + 690 = 3000 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 100(1+i)^2 + 100(1+i) - 231 = 0$$
$$\Leftrightarrow 1 + i = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \cdot 100 \cdot (-231)}}{200}$$
$$\Leftrightarrow 1 + i = \frac{-100 \pm 320}{200}$$
$$\Rightarrow i = 0,1 = 10\% \text{ a.m.}$$

Portanto, a taxa mensal de juros dessa aplicação era de 10%.

02. C

Valor aplicado em milhares de reais no investimento A: x
Valor aplicado em milhares de reais no investimento B: (200 – x)
Temos, então, a equação:

$$x \cdot 0,10 + (200 - x) \cdot 0,20 = 36$$
$$0,1x + 40 - 0,2x = 36 \Rightarrow x = 40 \quad \text{e} \quad 200 - x = 160$$

Logo, a diferença entre os valores aplicados será de 160 000 – 40 000 = 120 000.

03. C

Valor emprestado com juros:

$$600 + 2 \cdot \frac{4}{100} \cdot 600 = 648 \text{ reais.}$$

Desconto concedido pelo sorteio:
$648 - 602,64 = 45,36$ reais.

Em porcentagem: $\frac{45,36}{648} = 0,07,$ ou seja, um desconto de 7%.

04. C

Seja i a taxa de juros no terceiro mês. Logo,

$$20000\cdot 1{,}02\cdot 1{,}05\cdot(1+i)>22000 \Leftrightarrow 1+i>\frac{22000}{21420}$$
$$\Rightarrow i>1{,}027-1$$
$$\Leftrightarrow i>0{,}027.$$

Portanto, a taxa mínima no terceiro mês deve ser, de aproximadamente, 3%.

05. D

Diferença do valor após 30 dias: 11200 – 10000 = R$ 1 200,00.
Em porcentagem: 1200/10000 = 0,12%.

06. B

Calculando:
Valor à vista = x
Parcela = y
Ato da compra $\Rightarrow$ pagou y, devendo x – y
Após 3 meses

$$\Rightarrow y=(x-y)\cdot 1{,}06 \Rightarrow x-y=\frac{100y}{106}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=\frac{206y}{106}\Rightarrow y=\frac{106x}{206}=\frac{53x}{103}$$

07. A

Como ambas as situações estão sob juros simples, temos um juros de R$ 320,00 reais em quatro meses na primeira situação: Aplicando a fórmula de juros simples, temos:
$J=c\times i\times t \Rightarrow 320=1000\times i\times 4 \Rightarrow i=0{,}08=8\%$

Na segunda situação, temos:
$J=c\times i\times t \Rightarrow 600=1200\times i\times 5 \Rightarrow i=0{,}1=10\%$

08. A

O saldo devedor de Bruno após dois meses era de $1000\cdot(1+0{,}1\cdot 2)=\text{R\$ }1200{,}00.$ Efetuado o pagamento de R$ 700,00, seu saldo devedor passou a ser de 1 200 – 700 = R$ 500,00. Logo, no mês seguinte, seu saldo devedor passou a ser de 500(1 + 0,1) = R$ 550,00, que é o resultado procurado.

09. C

A primeira parcela de R$ 460,00 será paga à vista, portanto não há incidência de juros. A segunda parcela, caso não houvesse incidência de juros, seria de R$ 400,00, pois o preço do fogão à vista é de R$ 860,00 (860 – 460 = 400). No entanto, há um acréscimo de R$ 60,00 na segunda parcela, os quais representam os juros após 30 dias. Logo, os juros são:

$$\frac{60}{400}=0{,}15\to 15\%$$

10. A

Juros depois do primeiro mês 5% de R$ 600,00 = R$ 30,00.
Dívida depois do primeiro mês: R$ 630,00 – R$ 330,00 = R$ 300,00.
Juros do segundo mês: 2% de R$ 300,00 = R$ 6,00

Portanto, o total de juros acumulados é de R$ 6,00 + R$ 30,00 = R$ 36,00, que representa 6% de R$ 600,00.

Resposta: 6%.

AULA 25

01. D

Após o pagamento da nona parcela, o saldo devedor ficou reduzido a
$180000-9\cdot 500=\text{R\$ }175.500{,}00.$
Portanto, o valor da décima prestação é igual a
$500+0{,}01\cdot 175500=\text{R\$ }2.255{,}00.$

02. C

$$20.000\cdot 1{,}02\approx 20.400 \text{ (primeiro mês)}$$
$$20.400\cdot 1{,}02\approx 20.808 \text{ (segundo mês)}$$
$$20.808\cdot 1{,}02\approx 21.224 \text{ (terceiro mês)}$$

Portanto, no terceiro mês ele comprará o carro e ainda lhe sobrará aproximadamente 225 reais.

03. E

Seja C o capital aplicado. Logo, sabendo que o montante resgatado foi de R$ 65 536,00, temos

$$65536=C\cdot(1{,}01)^4\cdot(1{,}02)^4 \Leftrightarrow C=\frac{4^8}{1{,}0302^4}$$
$$\Leftrightarrow C=\left(\frac{4}{\sqrt{1{,}0302}}\right)^8$$
$$\Rightarrow C\cong 3{,}94^8.$$

Por conseguinte, podemos afirmar que o capital aplicado, em reais, foi aproximadamente igual a $3{,}96^8$.

04. B

1 ano e 6 meses = 18 meses.

Sendo x, o capital aplicado por Patrícia, temos:
$x\cdot(1{,}08)^{18}=x+11960 \Rightarrow x\cdot 3{,}99-x=11960\Rightarrow$
$\Rightarrow 2{,}99x=11960\Rightarrow x=4000$

Portanto, o capital empregado é de R$ 4 000,00.

05. A

O montante obtido com o presente dos pais é $5.000\cdot(1+0{,}005)^{60}\cong 5.000\cdot 1{,}35=\text{R\$ }6.750{,}00.$
O montante obtido com as aplicações mensais é dado por

$$100\cdot(1{,}005^{59}+1{,}005^{58}+\ldots+1)=100\cdot 1{,}005^{59}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{1{,}005}\right)^{60}}{1-\frac{1}{1{,}005}}$$
$$\cong 100\cdot\frac{0{,}35}{0{,}005}$$
$$\cong \text{R\$ }7.000{,}00.$$

06. C

Do enunciado, sendo i a taxa anual de juros compostos, temos:

$250000 = C\cdot(1+i)^{28}$, em que C é o capital aplicado há 28 anos.

Ainda do enunciado, sendo x um capital aplicado à mesma taxa i por um período de sete anos, temos:

$$2x = x\cdot(1+i)^7$$

$$(1+i)^7 = 2$$

$$\left[(1+i)^7\right]^4 = 2^4$$

$$(1+i)^{28} = 16$$

Substituindo $(1 + i)^{28} = 16$ na equação $250000 = C\cdot(1+i)^{28}$,

$$250000 = C\cdot 16$$

$$C = 15625$$

A soma dos algarismos de C é dada por:
1 + 5 + 6 + 2 + 5 = 19.

07. B

Calculando:

$10/\text{jan} \to 0 + 1000 = 1000$

$10/\text{fev} \to (1000\cdot 1{,}10) + 1000 = 2100$

$10/\text{mar} \to (2100\cdot 1{,}10) + 1000 = 3310$

$10/\text{abr} \to (3310\cdot 1{,}10) = 3641$

08. B

Valor da dívida após 2 meses: $10.000\cdot(1{,}03)^2 = 10.609$.

Valor da primeira prestação: x
Valor da segunda prestação $(10.609 - x)\cdot 1{,}03$.

Como as prestações são iguais, podemos escrever: $x = (10609 - x)\cdot 1{,}03$.

Resolvendo a equação acima, concluímos que x é, aproximadamente, R$ 5 383,00.

09. E

O montante da dívida após 2 meses é $800\cdot(1+0{,}05)^2 = \text{R\$ } 882{,}00$. Pagando R$ 400,00, o saldo devedor fica em 882 – 400 = R$ 482,00. Portanto, o valor do último pagamento é igual a $482\cdot(1+0{,}05) = \text{R\$ } 506{,}10$.

10. C

Preço com juros compostos: $2000\cdot(1{,}06)^7 = \text{R\$}2837$

Preço com juros simples:
$2000\cdot(1+6\cdot 0{,}05) = \text{R\$}2600$

Total de juros pagos: R$ 600,00.

Total de desconto obtido: 2837 – 2600 = R$ 237.

AULA 26

01. B

I : número de ingressos

F : número de filhos

$$\begin{cases} 4F + 5 = I \\ 6F - 5 = I \end{cases}$$

$4F + 5 = 6F - 5 \to F = 5$

$6\text{x}5 - 5 = I \to I = 25$

02. B

x : número de mesas de 2 lugares

y : número de mesas de 4 lugares

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 4y = 38 \end{cases}$$

$2x + 4(12 - x) = 38 \to 2x - 4x = 38 - 48$

$x = 5$

03. C

Sejam x,y e z, respectivamente, os números de embalagens de 20 L, 10 L e 2 L.
Do enunciado e da tabela, obtemos:

$$\begin{cases} 20x + 10y + 2z = 94 \\ 10x + 6y + 3z = 65 \\ y = 2x \end{cases} \sim \begin{cases} 20x + z = 47 \\ 22x + 3z = 65 \\ y = 2x \end{cases} \sim \begin{cases} -60x - 3z = -141 \\ 22x + 3z = 65 \\ y = 2x \end{cases}.$$

Adicionando as duas primeiras equações do último sistema, vem: $-38x = -76 \Leftrightarrow x = 2$.

Logo, da segunda equação do sistema, encontramos $3z = 65 - 22x \Leftrightarrow 3z = 65 - 22\cdot 2 \Leftrightarrow z = 7$.

Portanto, como z = n = 7 e $77 = 7\cdot 11$, segue que n é um divisor de 77.

04. C

Sejam a e f, respectivamente, os números de porções de 100 gramas de arroz e de feijão que deverão ser ingeridas.

De acordo com o enunciado, obtemos o sistema

$$\begin{cases} 1{,}5a + 7f = 12{,}25 \\ 2a + 3f = 10 \end{cases} \sim \begin{cases} 6a + 28f = 49 \\ -6a - 9f = -30 \end{cases} \sim \begin{cases} a = 3{,}5 \\ f = 1 \end{cases}.$$

Portanto, as quantidades de arroz e feijão que deverão ser ingeridas são, respectivamente, $3{,}5\cdot 100 = 350$ g e $1\cdot 100 = 100$ g.

05. E

Considere as iniciais dos veículos como as variáveis. Do fato de que a quantidade de rodas dos carros era o quádruplo do número de rodas das motos, temos que o número de carros é o dobro do número de motos e assim temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} c + m + t = 50 \\ 4c + 2m + 3t = 165 \\ c = 2m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m + m + t = 50 \\ 8m + 2m + 3t = 165 \end{cases} \Rightarrow \times(-3) \begin{cases} 3m + t = 50 \\ 10m + 3t = 165 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -9m - 3t = -150 \\ \underline{10m + 3t = 165} \end{cases} +$$

$$m = 15$$

Logo, o número de carros é: $c = 2m \Rightarrow c = 30$ e o número de triciclos é de: $c + m + t = 50 \Rightarrow t = 5$

Dessa maneira, o número de motos é igual ao triplo de triciclos.

06. E
Considere a seguinte situação onde as variáveis são representadas pelas letras iniciais de cada nome:

$$\begin{cases} \dfrac{k+b+z}{3} = 30 \\ \dfrac{b+z}{2} = 20 \\ k = b + 30 \end{cases} \Rightarrow b + z = 40 \Rightarrow k = 50 \Rightarrow b = 20 \Rightarrow z = 20$$

07. C
Sendo x o valor de cada hambúrguer, y de cada suco e z de cada sobremesa, pode-se escrever:

$$\begin{cases} 2x + 1y + 1z = 15 \\ 4x + 3y = 24 \\ 5y + 3z = 35 \end{cases}$$

$(I) \Rightarrow z = 15 - 2x - y$

Substituindo (I) em (III):
$5y + 3(15 - 2x - y) = 35 \Rightarrow 6x + 2y = -10$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 24 \\ 6x + 2y = -10 \end{cases} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 4$$

$z = 5$

Gastos:
Carlos $\Rightarrow 2 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 32$
Paulo $\Rightarrow 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 21$
José $\Rightarrow 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 21$

08. [C]
Calculando:
Para o mínimo de carne:

$$\text{Carne} \Rightarrow \begin{cases} 240\text{ g} \text{ — } 600 \\ 180\text{ g} \text{ — } x \end{cases} \Rightarrow x = 450 \text{ calorias}$$

$$\text{Torta} \Rightarrow 824\text{ cal} - 450\text{ cal} = 374\text{ cal} \Rightarrow \begin{cases} 250\text{ g} \text{ — } 500 \\ y \text{ — } 374 \end{cases} \Rightarrow y = 187\text{ g}$$

Para o máximo de carne:

$$\text{Carne} \Rightarrow \begin{cases} 240\text{ g} \text{ — } 600 \\ 220\text{ g} \text{ — } x \end{cases} \Rightarrow x = 550 \text{ calorias}$$

$$\text{Torta} \Rightarrow 824\text{ cal} - 550\text{ cal} = 274\text{ cal} \Rightarrow \begin{cases} 240\text{ g} \text{ — } 500 \\ y \text{ — } 274 \end{cases} \Rightarrow y = 137\text{ g}$$

09. D
Como ainda seria necessário um valor de R$ 4 100,00 para pagar a entrada no valor de R$ 12 000,00 e, Renata (r) possui R$ 500,00 a mais que Carlos (c), temos:

$$\begin{cases} r + c + 4100 = 12000 \\ r = c + 500 \end{cases}$$

Daí, temos:

$$\begin{cases} r + c + 4100 = 12000 \\ r = c + 500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r + c = 7900 \\ r - c = 500 \end{cases}$$

Somando as equações, temos:
$2r = 8400 \Rightarrow r = 4200$

Como Renata possui R$ 500,00 a mais que Carlos, temos: $4200 - 500 = 3700$.

10. E
Calculando:

$$\begin{cases} X + Y + 2N = 95 \\ X = 10Y \end{cases} \to 11Y + 2N = 95 \to N = \frac{95 - 11y}{2}$$

$$\text{Se } y = 1 \to N = \frac{95 - 11}{2} = 42$$

$$\text{Se } y = 7 \to N = \frac{95 - 77}{2} = 9$$

$$\text{Se } y = 8 \to N = \frac{95 - 88}{2} = 3{,}5 \notin \mathbb{N}$$

$$\text{Se } y = 9 \to N = \frac{95 - 99}{2} = -2 \notin \mathbb{N}$$

AULA 27

01. B
P : Patos
M : Marrecos
G : Galinhas

$$\begin{cases} P + M + G = 50 \\ 12P + 15M + 5G = 440 \end{cases}$$

$12P + 15M + 5(50 - M - P) = 440 \to$

$$7P + 10M = 190 \to P = \frac{190 - 10M}{7} = \frac{10(19 - M)}{7}$$

Como P é um número natural, 190 – 10M deve ser múltiplo de 7 e 10. Isto é, de 70. Os múltiplos de 70 possíveis são 70 para M = 12 ou 140 com M = 5.
Os valores de P, G e M apresentam as possibilidades:

Patos (P)	Galinhas (G)	Marrecos (M)
$P = \frac{190 - 10(5)}{7} = 20$	G = 50 – (20 + 5) = 25	5
$P = \frac{190 - 10(12)}{7} = 10$	G = 50 – (10 + 12) = 28	12

O número de patos é maior que o número de marrecos (P > M). Logo a única possibilidade é M = 5. Foram comprados 20 patos pelo comerciante.

02. C
Seja x a memória ocupada por um minuto de vídeo e y a memória ocupada por uma foto. Logo, temos
$10x + 190y = 15x + 150y \Leftrightarrow x = 8y$.

Portanto, a capacidade total do disco é $10 \cdot 8y + 190y = 270y$ e, assim, o resultado é 270.

03. C
Calculando:

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ -x - y + 5z = 0 \\ -5x + y + mz = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 5 \\ -5 & 1 & m \end{vmatrix} = -3m + 39$$

Caso 1) $D \neq 0 \Rightarrow 3m - 39 \neq 0 \Rightarrow m \neq 13 \Rightarrow SPD$
Caso 2) $D = 0 \Rightarrow 3m - 39 = 0 \Rightarrow m = 13 \Rightarrow SPI \Rightarrow$ admite soluções diferentes da trivial.

04. E

Considerando que:

Márcia "pesa" x kg, Marta "pesa" y kg e Mônica "pesa" z kg, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x+y=115 \\ y+z=113 \\ x+z=108 \end{cases}$$

Somando as equações, obtemos:

$2x + 2y + 2z = 336$

Portanto, $x + y + z = 168$ kg.

05. C

O sistema possui uma única solução se, e somente se, $\frac{3}{3} \neq \frac{5}{\beta} \Leftrightarrow \beta \neq 5.$ Ademais, o sistema possui infinitas soluções se, e somente se, $\beta = 5.$

Finalmente, como os termos independentes das duas equações são iguais, podemos concluir que o sistema possui ao menos uma solução, qualquer que seja o real $\beta.$

06. C

Somando todas as equações, temos a + b + c + d + e = R$ 100,00.

07. B

Considerando que o asno carregava x volumes e mulo carregava y volumes, podemos escrever, partindo das observações do mulo, o seguinte sistema.

$$\begin{cases} y+1=2\cdot(x-1) \\ y-1=x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2x-3 \\ y=x+2 \end{cases} \Rightarrow 2x-3=x+2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x=5$ e $y = 7$

Portanto, o produto das quantidades de sacos é 35 (múltiplo de 7).

08. E

Considerando as equações em cada um dos vértices, temos:

$E_1 : -x_1 - x_2 + 290 = 0$

$E_2 : x_2 - x_3 - x_5 + 60 = 0$

$E_3 : x_1 + x_3 - x_4 - 170 = 0$

$E_4 : x_4 + x_5 - 180 = 0$

Somando as 4 equações temos a indeterminação 0 = 0, portanto este modelo matemático tem infinitas soluções.

09. D

Sejam x, y e z, respectivamente, o preço de um par de meias, o preço de uma calça e o preço de uma camisa. Logo, vem

$$\begin{cases} x+2y+3z=358 \\ 2x+5y+8z=916 \end{cases} \sim \begin{cases} x+2y+3z=358 \\ y+2z=200 \end{cases}.$$

Portanto, sendo $x+2y+3z=x+y+z+(y+2z),$ temos $x+y+z=358-200=$ R$ 158,00.

10. C

De acordo com o texto, temos:

$a+b=17$ ou

$a+b=19$ ou

$a+b=23$ ou

$a+b=29.$

Sabemos que $2a+b=30,$ ou seja, $b=30-2a.$

Logo, $a+b=a+30-2a \Rightarrow a+b=30-a.$

Então,

$30-a=17 \Rightarrow a=13$ e $b=4$

$30-a=19 \Rightarrow a=11$ e $b=8$

$30-a=23 \Rightarrow a=7$ e $b=16$

$30-a=29 \Rightarrow a=1$ e $b=28$

Portanto, temos quatro resultados possíveis para o par ordenado (a,b).

$(13, 4), (11, 8), (7, 16)$ e $(1, 28).$

AULA 28

01. C

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 3 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$$

02. D

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - \left(a^2 - 2ab + b^2\right) = 4ab.$$

03. A

$(2x+y)^2 - (2x-y)^2 - 4xy$

$4x^2 + 4xy + y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2 - 4xy = 4xy$

04. D

De x + y + z, temos:

$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2\cdot(xy+xz+yz)$

Como $x^2+y^2+z^2 = xy+xz+yz = 6,$

$(x+y+z)^2 = 6 + 2\cdot 6$

$(x+y+z)^2 = 18$

$x+y+z=\sqrt{18}$ ou $x+y+z=-\sqrt{18}$

Então,

$x+y+z=3\sqrt{2}$ ou $x+y+z=-3\sqrt{2}$

05. B

$x+y=13 \Rightarrow (x+y)^2 = 13^2 \Rightarrow x^2+y^2+2\cdot x\cdot y = 169$

Como $x \cdot y = 1,$ temos:

$x^2+y^2+2\cdot 1 = 169 \Rightarrow x^2+y^2 = 167$

06. A

Da forma como foi apresentada é impossível resolver, pois:

$\sqrt{2-\sqrt{2+2\sqrt{2}}}$

Com $\sqrt{2} \simeq 1,4$

Logo, $\sqrt{2-\sqrt{4,8}}$

Mas, $\sqrt{4,8} \simeq 2,19$

Assim, $\sqrt{-0{,}19} \notin \mathbb{R}$

Corrigindo o último termo, nota-se que é possível a simplificação de produtos notáveis para chegar até a resposta desejada:

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

Produto notável:

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{2^2-\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{2-\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2}} = \sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{4-2}\right) = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2$$

07. D

Lembrando que $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, temos

$$M=\frac{(3^2+5^2)^2-(3^2-5^2)^2}{(3^2\cdot 5^2)^2}$$
$$=\frac{(3^2+5^2+3^2-5^2)(3^2+5^2-3^2+5^2)}{3^4\cdot 5^4}$$
$$=\frac{2\cdot 3^2\cdot 2\cdot 5^2}{3^4\cdot 5^4}$$
$$=\frac{4}{225}.$$

08. C

$$M=\left(x\sqrt{\frac{y}{x}}+y\sqrt{\frac{x}{y}}\right)^2 = x^2\sqrt{\frac{y}{x}}^2+2\cdot x\sqrt{\frac{y}{x}}\cdot y\sqrt{\frac{x}{y}}+y^2\sqrt{\frac{x}{y}}^2=$$

$$x^2\cdot\frac{y}{x}+2\cdot x\cdot y+y^2\cdot\frac{x}{y}=x\cdot y+2\cdot x\cdot y+x\cdot y=4\cdot x\cdot y$$

09. D

Aplicando a fórmula do quadrado perfeito, temos:

$$(3x+2y)^2=(3x)^2+2\cdot 3x\cdot 2y+(2y)^2$$
$$(3x+2y)^2=9x^2+4y^2+12xy$$

Sabendo que $9x^2+4y^2=25$ e $xy=2$.

$$(3x+2y)^2=25+12\cdot 2=49$$

10. C

$$\frac{A^2-B^2}{C}=\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{x\cdot y}=$$
$$=\frac{x^2+2xy+y^2-\left(x^2+2xy+y^2\right)}{x\cdot y}=$$
$$=\frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{x\cdot y}=$$
$$=\frac{4x\cdot y}{x\cdot y}=4$$

AULA 29

01. B

Sendo a área do quadrado o produto dos seus lados, temos que:

Área terreno $1 = a\cdot a$

Área terreno $1 = a^2$

Área terreno $2 = b\cdot b$

Área terreno $2 = b^2$

Logo, como a > b, a diferença entre as áreas é dada por:

Área terreno 1 – Área terreno 2 $= a^2-b^2$

$a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)$

02. A

$$u=\frac{2017^2-1}{2016^2}=\frac{(2017+1)\cdot(2017-1)}{2016\cdot 2016}=\frac{2018}{2016}$$

então,

$$1<\frac{2018}{2016}<2\Rightarrow 1<u<2.$$

03. D

Tem-se que

$$\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=8\Rightarrow(\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y})^2=8^2$$
$$\Rightarrow 2x+2\sqrt{x^2-y^2}=64.$$

Logo, sendo $\sqrt{x^2-y^2}=15$, vem

$$2x+2\cdot 15=64\Leftrightarrow 2x=34.$$

04. D

$$\sqrt{68^2-32^2}=\sqrt{(68+32)\cdot(68-32)}=\sqrt{100\cdot 36}=$$
$$=\sqrt{100}\cdot\sqrt{36}=10\cdot 6=60$$

05. D

Se $x^2+\frac{1}{x^2}=14$, com $x>0$, então

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}+2$$
$$=14+2$$
$$=16.$$

Daí, $x+\frac{1}{x}=4$ e, portanto, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^5=4^5=2^{10}$.

06. A

$$\frac{x^3-1}{x^2-x}-\frac{x^2+2x+1}{x^2+x}=\frac{(x-1)\cdot(x^2+x+1)}{x\cdot(x-1)}-\frac{(x+1)^2}{x\cdot(x+1)}=$$
$$=\frac{x^2+x+1}{x}-\frac{x+1}{x}=\frac{x^2}{x}=x$$

07. A

$m^2 - n^2 = 17$

$(m + n).(m - n) = 17.1$

Como 17 é primo, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} m+n=17 \\ m-n=1 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos m = 9 e n = 8.

Assim, 9.8 = 72.

08. A

$$\frac{x}{x-1}+\frac{x-y-1}{y(x-1)}=\frac{yx+x-y-1}{y(x-1)}=\frac{x(y+1)-(y+1)}{y.(x-1)}=$$
$$=\frac{(y+1).(x-1)}{y.(x-1)}=\frac{(y+1)}{y}.$$

09. C

$$y=\frac{x^3-4x^2-4x+16}{x^2-6x+8}=\frac{x^2(x-4)-4.(x-4)}{(x-2)\cdot(x-4)}=$$
$$=\frac{(x-4)\cdot(x^2-4)}{(x-2)\cdot(x-4)}=\frac{(x+2)\cdot(x-2)}{(x-2)}=(x+2).$$

10. B

$$y=2000.(2010^2-1990^2)$$
$$y=2000.(2010+1990).(2010-1990)$$
$$y=2000.4000.20$$
$$y=16.10^7$$

Logo, $\frac{y}{10^7}=\frac{16.10^7}{10^7}=16$.

AULA 30

01. A

Se a idade da pessoa, em dias terrestres, é igual a $45\cdot 365$, então sua idade em Vênus é $\frac{45\cdot 365}{225}=73$ anos.

02. C

Pedreiro	Horas	Dias
22	8	30
x	8	25

Notando que de trabalho são grandezas inversamente proporcionais, isto é, quanto menos dias, mais pedreiros, temos, aplicando a regra de três composta,

$$\frac{22}{x}=\frac{8}{8}\times\frac{25}{30}\Rightarrow x=26,4$$

Logo, é necessário o mínimo de pedreiros é de 27.

03. E

Para obter o valor do empréstimo, deve-se calcular quanto 30% representa de R$ 1 368,00. Ou seja: 1368 X 0,3 = 410,40 reais.

Sabendo o valor do empréstimo, basta aplicar a fórmula de juros compostos:

$$M=C\cdot(1+i)^t$$

Em que M representa o montante final, C representa o capital inicial, i representa a taxa de juros, t representa o tempo de aplicação. Sabendo que o valor do empréstimo representa capital inicial, temos:

$$M=C\cdot(1+i)^t$$
$$M=(410,4)\cdot(1+2\%)^2$$
$$M=(410,4)\cdot(1+0,02)^2=(410,4)\cdot(1,02)^2$$
$$M=426,98\text{ reais}$$

04. A

Considere o seguinte sistema, de acordo com a situação descrita:

$$\begin{cases}25b+15t=107,5\\ 20b+45t=185\end{cases}\Rightarrow (\times-3)\Rightarrow\begin{cases}-75b-45t=-322,5\\ 20b+45t=185\end{cases}+$$

$$55b=-137,5\Rightarrow b=2,5$$

Logo, o valor das trufas será de:
$20b+45t=185\Rightarrow 20\cdot(2,5)+45t=185\Rightarrow t=3$

O gasto do aluno foi de:
$4b+3t=4\times 2,5+3\times 3=19$ reais.

05. A

Calculando:

$$\begin{cases}2x+3y+z=8420\\ x+2y+2z=7940\\ 4x+3y=8110\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x+3y+z=8420\\ -3x-4y=-8900\\ 4x+3y=8110\end{cases}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\begin{cases}2x+3y+z=8420\\ -9x-12y=-26700\\ 16x+12y=32440\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x+3y+z=8420\\ 3x+4y=8900\\ 7x=5740\end{cases}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x=820\\ y=1610\\ z=1950\end{cases}$$
$$z-x=1950-820=1130m$$

06. B

$$\begin{cases}4A+3B+2C=54\\ 1A+1B+3C=36\\ 3A+2B+2C=42\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=2\text{ colares modelo A}\\ B=10\text{ colares modelo B}\\ C=8\text{ colares modelo C}\end{cases}$$

Portanto, B = A + C.

07. B

O sistema é possível e determinado se, e somente se, $\frac{2}{1}\neq\frac{a}{2}$, ou seja, $a\neq 4$. Se a = 4, temos $\frac{2}{1}=\frac{4}{2}\neq\frac{3}{1}$ e, portanto, o sistema é impossível.

Logo, o sistema não é indeterminado para nenhum valor real de a. Desse modo, segue o resultado.

08. E

Considerando a e b distintos a expressão $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2>0$ para todo real a e b distintos. Portanto, ela não muda de sinal.

09. C

Temos

$$x^3 + x^2y - 8x - 8y = 7 \Leftrightarrow x^2(x+y) - 8(x+y) = 7$$
$$\Leftrightarrow (x+y)(x^2-8) = 7.$$

Por inspeção, concluímos que (x, y) = (3, 4) e, portanto, $x - y = 1$.

10. E

Temos que $x = 4y \Rightarrow \dfrac{x}{y} = 4 \Rightarrow xy^{-1} = 4.$

Portanto, sabendo que $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$, encontramos

$$x^2 + y^{-2} = (x + y^{-1})^2 - 2xy^{-1} = 7^2 - 2 \cdot 4 = 41.$$