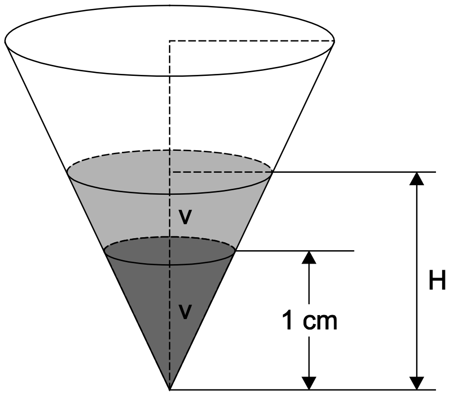
MATEMÁTICA 4 – VOLUME 2
RESOLUÇÕES – EXERCITANDO EM CASA

AULA 11

01. A

Observando a figura, temos:



$$\frac{2v}{v} = \left(\frac{H}{1}\right)^3 \rightarrow H = \sqrt[3]{2}$$

02. D

O volume pedido corresponde ao volume de um cone, cujo raio da base mede **a cm** e cuja altura é **a cm.** Portanto, o resultado é:

$$V = \frac{1}{3}\pi a^2.a = \frac{1}{3}\pi a^3$$

03. B

Sendo r e h as dimensões do cone e R e H as dimensões do poço, calculando o volume do poço e do cone, tem-se:

$$V_{cone} = \frac{1}{3}\pi r^2.h = \frac{1}{3}\pi.(3R)^2.2,4 = 7,2\pi R^2$$

$V_{poço} = \pi R^2.H$. Como o volume do cone é 20% maior do que o volume do poço cilíndrico, logo:

$$1,2.V_{poço} = V_{cone} \rightarrow 1,2.\pi R^2.H = 7,2\pi.R^2$$

$$H = 6\ m$$

04. A

O volume de água no reservatório cônico é igual a

$$V = \frac{1}{3}\pi.8^2.9 \cong 576\ m^3.$$

A altura atingida no reservatório cúbico será:

$$10^2.h = 576 \rightarrow h = 5,76\ m.$$

05. B

Volume da embalagem será:

$$V = V_{cilindro} - 2.V_{cone}$$

$$V = \pi.3^2.15 - 2.\frac{1}{3}.\pi.3^2.4$$

$$V = 111\pi = 333\ cm^3 = 0,333L$$

06. B

O volume externo aos cones e interno ao cilindro é dado por:

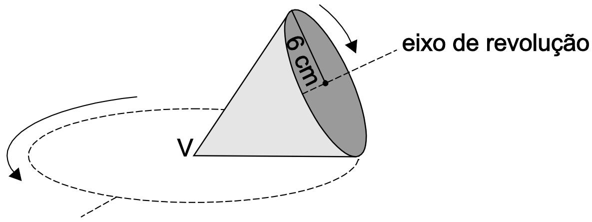
$$V = V_{cilindro} - 2.V_{cone}$$

$$V = \pi.R^2.h - 2.\frac{1}{3}.\pi.R^2.\frac{h}{2}$$

$V = \frac{2}{3}.\pi.R^2.h$, ou seja, o volume desejado é igual ao dobro da soma dos volumes do cone.

07. A

Como o cone dá duas voltas em torno do seu eixo de revolução para formar o círculo V, então o comprimento do círculo de centro V é duas vezes o comprimento da circunferência da base do cone. Assim:



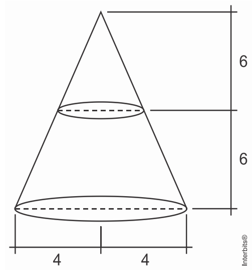
$$2\pi g = 2.2\pi.6 \rightarrow g = 12\ cm.$$

$$h^2 + 6^2 = 12^2 \rightarrow h = 6\sqrt{3}\ cm.$$

$$V = \frac{1}{3}\pi.6^2.6\sqrt{3} = 72\pi\sqrt{3}\ cm^3.$$

08. C

De acordo com o enunciado:



Considerando:

V = volume total do cone
v' = volume cheio (tronco)
v" = volume vazio (topo)
H = 12 = altura total
h = 6 = altura topo / altura tronco

Pode-se calcular:

$$\frac{V}{v''} = \left(\frac{H}{h}\right)^3 \rightarrow \left(\frac{12}{6}\right)^3 = \frac{V}{v''} \rightarrow V = 8v''$$

$$v' + v'' = V \rightarrow v' + \frac{V}{8} = V \rightarrow v' = \frac{7}{8}V$$

$$V = \frac{1}{3}\cdot\pi\cdot R^2\cdot H = \frac{1}{3}\cdot 3,14\cdot 4^2\cdot 12 \rightarrow V = 200,96$$

$$v' = \frac{7}{8}V = \frac{7}{8}\cdot 200,96 \rightarrow v' = 175,85\ m^3$$

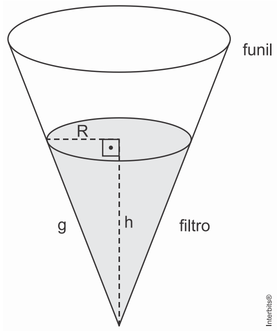
Tempo : 500 L / min = 0,5 m^3 / min

1 min ——— 0,5 m^3

t ——— 175,85 m^3

t = 351,7 min ≈ 5h e 50 min

09. D



Considerando o cone formado pelo filtro, temos:

$2R = 18 \Rightarrow R = 9 \text{ cm}$

Como o volume é 270 cm^3, podemos escrever que:

$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9^2 \cdot h = 270 \Rightarrow h = \frac{10}{\pi} \text{cm}.$

Utilizando o Teorema de Pitágoras para calcular a medida g da geratriz do cone, temos:

$g^2 = h^2 + R^2 \Rightarrow g^2 = \left(\frac{10}{\pi}\right)^2 + 9^2$

A área do círculo será dada por:

$A = \pi \cdot g^2 \Rightarrow A = \pi \cdot \left(\left(\frac{10}{\pi}\right)^2 + 9^2\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow A = \left(\frac{100}{\pi} + 81 \cdot \pi\right) \text{cm}^2$

10. A

Volume do cilindro: V

Volume do óleo no cone, no momento considerado: V_i

Daí, temos:

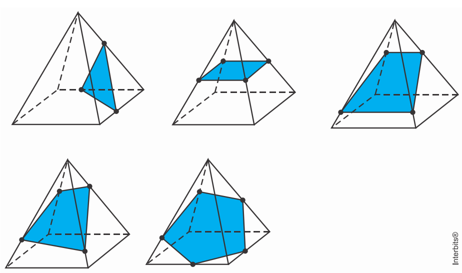
$$\frac{V_i}{V} = \left(\frac{\frac{H}{2}}{H}\right)^3 \Rightarrow V_i = \frac{V}{8}$$

Portanto, o volume que estará no cilindro, no instante considerado será: $V - \frac{V}{8} = \frac{7V}{8}$, ou seja, 87,5% do volume do cilindro, portanto a alternativa A é mais adequada.

AULA 12

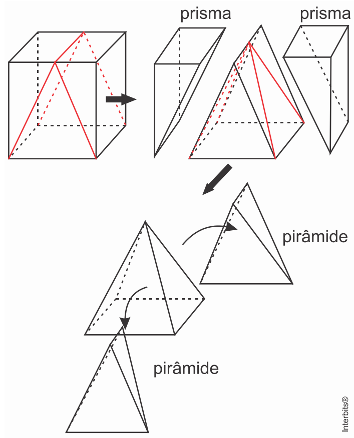
01. E

Supondo que quadriláteros irregulares e trapézios sejam polígonos distintos, tem-se que as possibilidades são: triângulos, quadrados, trapézios, quadriláteros irregulares e pentágonos, conforme as figuras abaixo.



02. E

As peças descartadas são de dois tipos diferentes: 2 pirâmides congruentes e 2 prismas congruentes (ver figura abaixo).



03. C

$$\text{Total de faces} = 17 \Rightarrow \begin{cases} 1 \text{ face superior} \\ 1 \text{ face inferior} \\ 15 \text{ faces laterais} \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ possui 15 arestas na base

Portanto, como será construído uma pirâmide, teremos 15 arestas laterais também.

Logo, 15 arestas na base + 15 arestas laterais = 30 arestas.

04. C

Sendo 1 m a medida do apótema da base e p a medida do apótema da pirâmide, pelo Teorema de Pitágoras, segue que

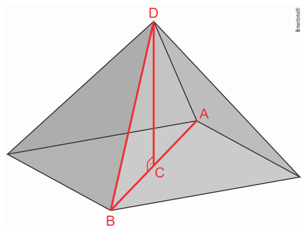
$p^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow p = \sqrt{10} \text{ m} \cong 320 \text{cm}.$

Portanto, tem-se que o resultado pedido é dado por

$$4 \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 320}{20^2} = 320.$$

05. B

Calculando:



$\overline{AB} = 214\sqrt{2}$

$\overline{BC} = \frac{214\sqrt{2}}{2} = 107\sqrt{2}$

$\overline{BD} = 204$

$\overline{BD}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{BC}^2 \Rightarrow 204^2 = \overline{DC}^2 + \left(107\sqrt{2}\right)^2$

$\overline{DC}^2 = 41616 - 22898 \Rightarrow \overline{DC} = \sqrt{18718} \approx 136,8 \text{ m}$

06. C

Seja n o número de lados do polígono da base. Logo, sabendo que as faces laterais de uma pirâmide qualquer são triângulos, temos

$$180^\circ \cdot (n-2) + n \cdot 180^\circ = 3.600^\circ \Leftrightarrow 2n - 2 = 20$$
$$\Leftrightarrow n = 11.$$

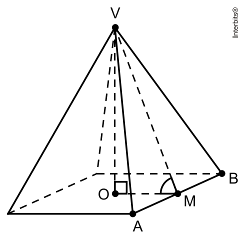
07. A

Como as faces de um tetraedro regular são triângulos equiláteros, segue que o custo pedido é dado por

$$\frac{20^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot (3 \cdot 30 + 50) \cong 100 \cdot 1{,}7 \cdot 140$$
$$= \text{R\$ } 23.800.$$

08. D

Considere a figura, em que V é o vértice da pirâmide, O é o centro da base e M é o ponto médio da aresta AB.



Queremos calcular a medida do ângulo $V\hat{M}O$.

Sabendo que a a área lateral é o dobro da área da base, vem que

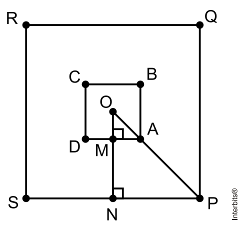
$$A_\ell = 2 \cdot A_b \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{\overline{AB} \cdot \overline{VM}}{2} = 2 \cdot \overline{AB}^2$$
$$\Leftrightarrow \overline{VM} = \overline{AB}.$$

Portanto, do triângulo VOM, obtemos

$$\cos V\hat{M}O = \frac{\overline{OM}}{\overline{VM}} \Leftrightarrow \cos V\hat{M}O = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{\overline{AB}}$$
$$\Leftrightarrow \cos V\hat{M}O = \frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow \cos V\hat{M}O = \cos 60^\circ$$
$$\Leftrightarrow V\hat{M}O = 60^\circ.$$

09. D

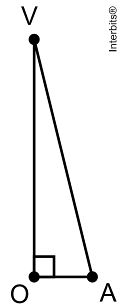
Considere a figura abaixo, em que o quadrado ABCD é a base da pirâmide, O é o centro da base da pirâmide e o quadrado PQRS é a base da plataforma.



Como $\overline{AB} = 6\sqrt{2}$ m, temos que $\overline{OA} = \frac{\overline{AB} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 6$ m. Além disso, sabemos que $\overline{PQ} = 19\sqrt{2}$ m. Logo,

$$\overline{OP} = \frac{\overline{PQ} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{19\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 19 \text{ m}.$$

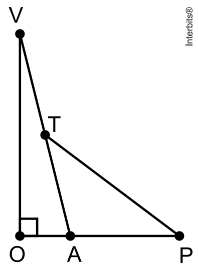
Sendo V o vértice da torre e sabendo-se que $\overline{VO} = 24$ m, considere a figura abaixo.



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo VOA, obtemos

$$\overline{VA}^2 = \overline{VO}^2 + \overline{OA}^2 \Leftrightarrow \overline{VA}^2 = 24^2 + 6^2$$
$$\Rightarrow \overline{VA} = \sqrt{612}$$
$$\Rightarrow \overline{VA} = 6\sqrt{17} \text{ m}.$$

Queremos calcular $\overline{PT}$, em que T é o ponto médio da aresta lateral da torre, conforme a figura seguinte.



Aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo APT segue que $\overline{PT}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{AT}^2 - 2 \cdot \overline{AP} \cdot \overline{AT} \cdot \cos P\hat{A}T$.

Daí, como $\overline{AP} = \overline{OP} - \overline{OA} = 19 - 6 = 13$ m e

$$\cos P\hat{A}T = -\cos V\hat{A}O = -\frac{\overline{VA}}{\overline{OA}} = -\frac{6}{6\sqrt{17}} = -\frac{1}{\sqrt{17}},$$

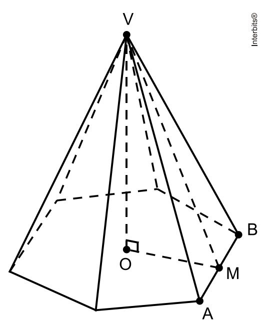
encontramos

$$\overline{PT}^2 = 13^2 + (3\sqrt{17})^2 - 2 \cdot 13 \cdot 3\sqrt{17} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) \Leftrightarrow$$

$$\overline{PT}^2 = 169 + 153 + 78 \Rightarrow \overline{PT} = \sqrt{400} \text{ m}.$$

10. E

Considere a figura, em que V é o vértice da pirâmide, O é o centro da base e M é o ponto médio da aresta AB.



Desse modo, como $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, vem

$$\overline{OM} = \frac{\overline{AB}}{2\,\text{tg}30^\circ} \Leftrightarrow \overline{OM} = \frac{6}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = 3\sqrt{3}\,\text{cm}.$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo OVM, encontramos

$$\overline{VM}^2 = \overline{OV}^2 + \overline{OM}^2 \Rightarrow \overline{VM}^2 = 6^2 + (3\sqrt{3})^2$$
$$\Rightarrow \overline{VM} = 3\sqrt{7}\,\text{cm}.$$

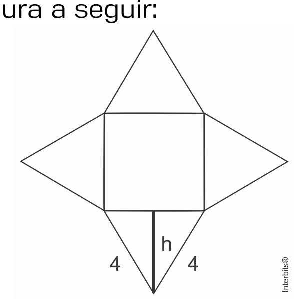
Portanto, o resultado pedido é dado por

$$6 \cdot \left(\overline{AB}^2 + \frac{\overline{AB} \cdot \overline{VM}}{2} \right) = 6 \cdot (6^2 + 3 \cdot 3\sqrt{7})$$
$$= 54(4 + \sqrt{7})\,\text{cm}^2.$$

AULA 13

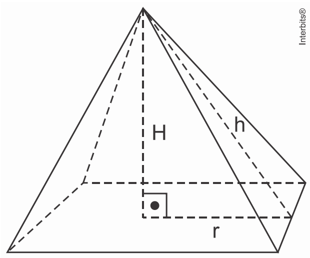
01. D

Observe a figura a seguir:



$$h = \frac{L\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{4\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

Observe a figura abaixo:

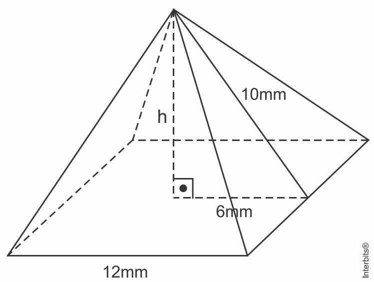


$$h^2 = H^2 + r^2 \Rightarrow \left(2\sqrt{3}\right)^2 = H^2 + (2)^2 \Rightarrow H = 2\sqrt{2}\text{ cm}$$

Portanto,

$$V_{pir.} = \frac{L^2 \times H}{3} \Rightarrow V_{pir.} = \frac{(4)^2 \times 2\sqrt{2}}{3} = \frac{32}{3}\sqrt{2}\text{ cm}^3$$

02. E



Cálculo da altura da Pirâmide:
$h^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow h = 8$ mm

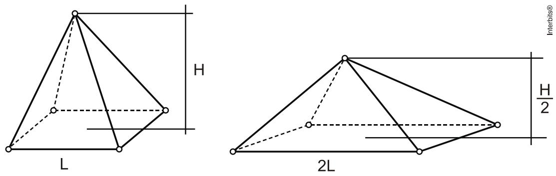
Volume da peça como diferença do volume da pirâmide e o volume da parte oca.

$$V_{peça} = V_{pirâmide} - 78$$
$$V_{peça} = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 8 - 78$$
$$V_{peça} = 306\text{mm}^3$$

03. A

$$V_{original} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$
$$V_{novo} = \frac{1}{3} \cdot (1{,}3a)^2 \cdot 0{,}7h \to V_{novo} = 1{,}183 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$
$$V_{novo} = 1{,}183 \cdot V_{original} \to 18{,}3\%\text{ maior}$$

04. D



$$V_{Pirâmide} = \frac{\text{Area da base} \times \text{Altura}}{3}.$$

Portanto:

$$V_1 = \frac{L^2 \times H}{3} \quad \text{e} \quad V_2 = \frac{(2L)^2 \times \frac{H}{2}}{3} = 2 \times \left(\frac{L^2 \times H}{3} \right).$$

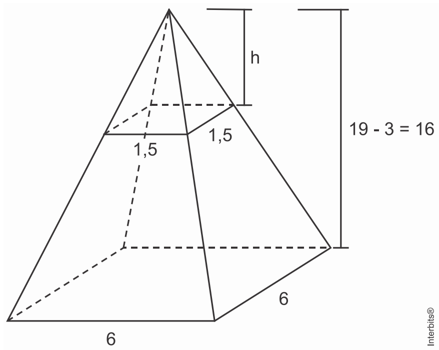
Logo:

$V_2 = 2 \times V_1$ (O dobro do volume inicial).

05. B

$$\frac{h}{16}\frac{1{,}5}{6} \Leftrightarrow h = 4$$

$$\text{Volume} = \frac{1}{3}6^2 \cdot 16 - \frac{1}{3}.1{,}5^2 \cdot 4 = 192 - 3 = 189$$



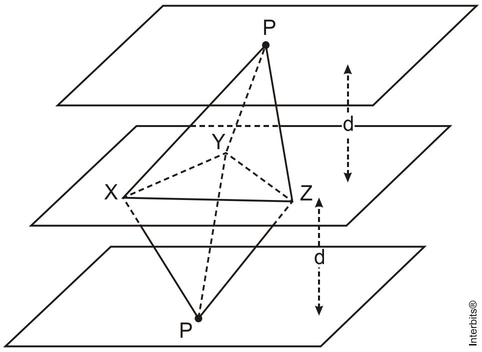
06. A

A peça final que contém o vértice P é uma pirâmide, cuja base é um quadrado de lado $\frac{12}{2} = 6$ cm e cuja altura mede 12 cm.

Portanto, o volume pedido é igual a

$$\frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 12 = 144\,\text{cm}^3.$$

07. C



Para que o volume permaneça 3 m³, as distâncias dos pontos P ao plano (XYZ) deverão ser iguais, pois representam as alturas das pirâmides. Portanto, qualquer ponto P deverá pertencer a um **dos planos paralelos** e equidistantes do plano (XYZ).

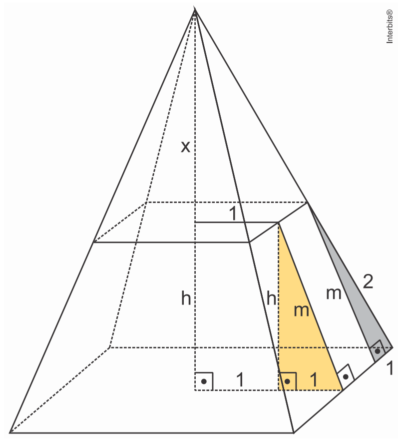
08. D

A área da base de cada tetraedro corresponde à metade da área do quadrado base, isto é, $\frac{1}{2}\cdot 40^2 = 800\,\text{cm}^2$. Portanto, como são $2\cdot 16 = 32$ tetraedros, segue o volume de líquido necessário para encher todo o quadro, que é

$$32\cdot\frac{1}{3}\cdot 800\cdot 6 = 51.200\,\text{cm}^3 \cong 51\,\text{L}.$$

09. B

O sólido descrito é um tronco de Pirâmide.



Calculando a medida m, temos:

$$m^2 + 1^2 = 2^2 \Rightarrow m = \sqrt{3}$$

Calculando, agora, a medida h.

$$h^2 + 1^2 = \sqrt{3}^2 \Rightarrow h = \sqrt{2}$$

Por semelhança encontramos o valor de x:

$$\frac{x}{x+\sqrt{2}} = \frac{2}{4} \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

O volume do sólido será a diferença entre o volume da pirâmide maior e o volume da pirâmide menor.

$$V = \frac{1}{3}\cdot 4^2\cdot 2\sqrt{2} - \frac{1}{3}\cdot 2^2\cdot\sqrt{2} = \frac{28\sqrt{2}}{3}$$

10. C

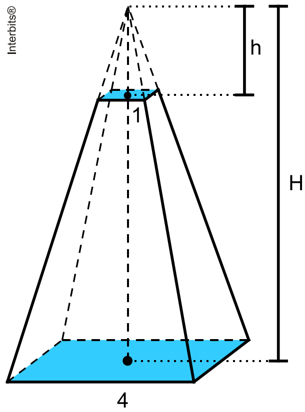
Sejam r, ℓ_3 e ℓ_6, respectivamente, o raio do círculo circunscrito à base do prisma, a medida da aresta da base da pirâmide e a medida da aresta da base do prisma. Portanto, sabendo que $r = \ell_6 = \frac{\ell_3\sqrt{3}}{3}$ e os volumes são iguais, temos

$$\frac{3\ell_6^2\sqrt{3}}{2}\cdot\ell_6 = \frac{1}{3}\cdot\frac{\ell_3^2\sqrt{3}}{4}\cdot 12 \Leftrightarrow \frac{3\ell_6^3}{2} = (\ell_6\sqrt{3})^2$$
$$\Rightarrow \ell_6 = 2\,\text{cm}.$$

AULA 14

01. C

Considere a figura.



Como a pirâmide menor e a maior são semelhantes, vem que

$$\frac{v}{V} = \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64},$$

sendo v o volume da pirâmide menor e V o volume da pirâmide que deu origem ao tronco.

Além disso, como o volume do tronco é $35\,\text{cm}^3$, temos $V - v = 35 \Leftrightarrow V - \frac{V}{64} = 35 \Leftrightarrow V = \frac{320}{9}\text{cm}^3$.

Portanto,

$$\frac{1}{3}\cdot 4^2\cdot H = \frac{320}{9} \Leftrightarrow H = \frac{20}{3}\text{cm}.$$

02. E

$$\frac{V_{(EFGHI)}}{P} = \left(\frac{b}{a}\right)^3$$

$$\frac{V_{(EFGHI)}}{P} = \left(\frac{b}{4b}\right)^3 \Leftrightarrow V_{(EFGHI)} = \frac{P}{64}$$

Logo,

$$V = P - \frac{P}{64} = \frac{63}{64}P$$

03. D

Fazendo a razão de semelhança entre os lados das bases das pirâmides temos:

$$K = \frac{10}{18}$$

Se a altura total da pirâmide for h, a altura da pirâmide menor será h – 60, logo, fazendo a razão entre as alturas:

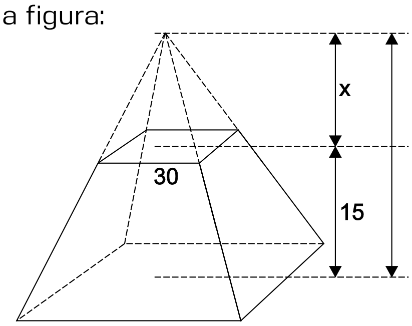
$K = \dfrac{h-60}{h}$

Portanto, $\dfrac{10}{18} = \dfrac{h-60}{h} \leftrightarrow 10h = 18h - 18 \,.\, 60 \leftrightarrow$

$\leftrightarrow 8h = 18 \,.\, 60 \; h = \dfrac{18 \cdot 60}{8} = 135$ m

04. C

Observe a figura:



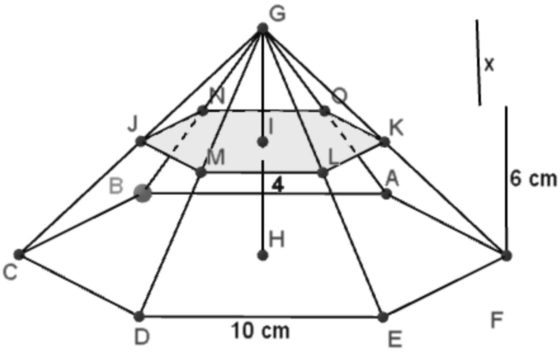
$\dfrac{30}{45} = \dfrac{x}{x+15} \to x = 45\text{cm}$, logo h=15+45=60

$V_{maior} = \dfrac{1}{3}.40.40.60 = 32000\text{cm}^3$

$V_{menor} = \dfrac{1}{3}.30.30.45 = 13\,500\text{cm}^3$

$V_{tronco} = 32\,000 - 13\,500 = 18\,500 \text{ cm}^3$

05. D



$\dfrac{4}{10} = \dfrac{x}{x+6} \to x = 4\text{m}$

$A_{base\ maior} = 6.\dfrac{10^2\sqrt{3}}{4} = 150\sqrt{3} \text{ cm}^2$

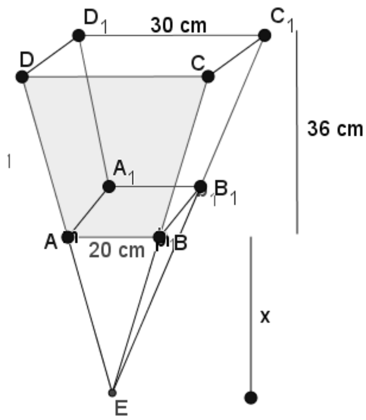
$V_{maior} = \dfrac{1}{3}.150\sqrt{3}.10 = 500\sqrt{3} \text{ cm}^3$

$\dfrac{V_{menor}}{V_{maior}} = k^3 \to \dfrac{V_{menor}}{V_{maior}} = \left(\dfrac{4}{10}\right)^3$

$V_{menor} = \dfrac{64}{1000}.500\sqrt{3} \to V_{menor} = 32\sqrt{3} \text{ cm}^3$

$V_{tronco} = 500\sqrt{3} - 32\sqrt{3} = 468\sqrt{3} \text{ cm}^3$

06. C



$\dfrac{20}{30} = \dfrac{x}{x+36} \to x = 72 \text{ cm}$

$H=36+72 \to H=108$ cm

$V_{maior} = \dfrac{1}{3}.30.30.108 \to V_{maior} = 32400 \text{ cm}^3$

$V_{menor} = \dfrac{1}{3}.20.20.72 \to V_{menor} = 9600 \text{ cm}^3$

$V_{cesto} = 32400 - 9600 \to V_{cesto} = 28800 \text{ cm}^3$

$V_{cesto} = 28{,}8$ L

07. D

$\dfrac{A_{base\ menor}}{A_{base\ maior}} = \left(\dfrac{24}{30}\right)^2 = \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 = \dfrac{16}{25}$

$\dfrac{144}{A_{base\ maior}} = \dfrac{16}{25} \to A_{base\ maior} = 225 \text{ dm}^2$

08. E

Sendo v o volume da embalagem menor, temos

$\dfrac{v}{100} = \left(\dfrac{40}{50}\right)^3 \Leftrightarrow v = 51{,}2\text{mL}.$

09. A

Se V é o volume do copo e v é o volume de suco concentrado, então deve-se ter

$\dfrac{v}{V} = \dfrac{1}{8} = k^3$, com k sendo a razão de semelhança.

Logo, se H é a altura do copo e h é a altura de suco no copo, então

$\dfrac{h}{H} = k \Leftrightarrow \left(\dfrac{h}{H}\right)^3 = \dfrac{1}{8} \Leftrightarrow h = \dfrac{H}{2}.$

10. C

$\dfrac{V_{menor}}{V_{maior}} = \left(\dfrac{h}{10}\right)^3 \to \dfrac{1}{8} = \left(\dfrac{h}{10}\right)^3$

$\dfrac{h}{10} = \dfrac{1}{2} \to h = 5 \text{ m}$

AULA 15

01. B

A = área da semiesfera de raio 14 m:

$A = \frac{4 \cdot \pi \cdot 14^2}{2} = 392\pi \text{ m}^2.$

A’ = área de cada semicírculo lateral:

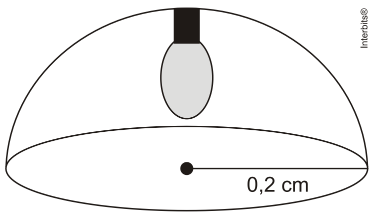
$A' = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \frac{9\pi}{2} \text{ m}^2.$

Área que será pintada: A − A’ =

$392\pi - 12 \cdot \frac{9\pi}{2} = 338\pi \cong 1014 \ (\pi = 3).$

Número de latas de tinta: $\frac{1014}{39} = 26.$

02. C

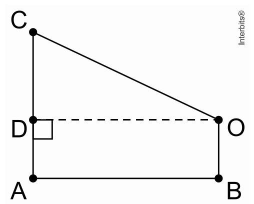


Área de cada uma das partes (interna e externa):
$A = 2.3{,}14.(0{,}2)^2 = 0{,}2512$

Logo, o valor total será:
0,2512 (40 + 10) = R$ 12,56.

03. E

Considere a figura.



Seja D o pé da perpendicular baixada de O sobre AC. Assim, como $\overline{CD} = 3\text{cm}$ e $\overline{CO} = 7\text{cm}$, pelo Teorema de Pitágoras, obtemos

$d^2 = 7^2 - 3^2 \Rightarrow d = 2\sqrt{10}\,\text{cm}.$

A resposta é $\frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}.$

04. E

O volume de uma pílula de raio r, em milímetros cúbicos, é dado por

$\pi \cdot r^2 \cdot 10 + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cong 2r^2(15 + 2r).$

Portanto, o resultado pedido é igual a

$2 \cdot 5^2 \cdot (15 + 2 \cdot 5) - 2 \cdot 4^2 \cdot (15 + 2 \cdot 4) =$

$= 1250 - 736 = 514\,\text{mm}^3.$

05. C

R = raio da bexiga.

$500 = \frac{4\pi \cdot R^3}{3} \Leftrightarrow 500 = \frac{4 \cdot 3 \cdot R^3}{3} \Leftrightarrow R^3 =$

$= 25 \Leftrightarrow R = 5\text{cm}.$

Comprimento do círculo máximo:
$C = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30\text{cm}.$

06. E

A quantidade de madeira descartada corresponde ao volume do cilindro subtraído dos volumes da semiesfera e do cone. Portanto, o resultado é

$$\pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 7 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (7-4)^3 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 4 \cong 189 - 54 - 36$$

$$= 99\,\text{cm}^3.$$

07. B

Volume de uma laranja: $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi\text{cm}^3$

Volume de suco em uma laranja:

$\frac{2}{3} \cdot 36\pi = 75{,}36\text{cm}^3$

Total de laranjas para $1\text{L} = 1000\text{cm}^3$ de suco.

$1000 : 75{,}36 \cong 13{,}26$ laranjas.

Portando, deve-se espremer 14 laranjas.

08. B

Seja r o raio da esfera. Sabendo que o volume da esfera é $2304\pi\,\text{cm}^3$, temos

$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 2304\pi \Leftrightarrow r = 12\,\text{cm}.$

Portanto, a área da superfície de cada faixa é igual a

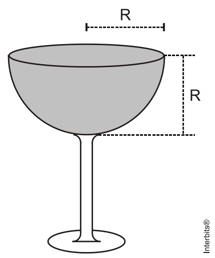
$\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 12^2 = 24\pi\,\text{cm}^2.$

09. E

Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura do frasco cilíndrico deverá ser tal que

$\pi\left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot h = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 \Leftrightarrow h = 12R.$

10. D



Volume da semiesfera da taça

$\frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot R^3}{3} = 60{,}75\pi$

$R^3 = 91{,}125$

$R = 4{,}5$ cm.

AULA 16

01. E

$R^2 = d^2 + r^2 \rightarrow 13^2 = 12^2 + r^2$

$r = 5$ cm

02: A

Ângulo Área

$360^o \rightarrow 4\pi r^2$

$20^o \rightarrow A_{fuso}$

$A_{fuso} = 4\pi r^2 . \frac{20^o}{360^o} = 4\pi . 9^2 . \frac{1}{18}$

$A_{fuso} = 18\pi \text{ cm}^2$

Ângulo Volume

$360^o \rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3$

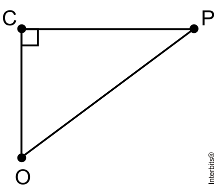
$20^o \rightarrow V_{cunha}$

$V_{cunha} = \frac{4}{3}\pi r^3 . \frac{20^o}{360^o} = \frac{4}{3}\pi . 9^3 . \frac{1}{18}$

$V_{cunha} = 54\pi \text{ cm}^3$

03. E

Considere a figura, em que O é o centro da esfera, C é o centro da seção e P um ponto de interseção de S com a esfera.



Sabendo que a área da seção é igual a 16π cm^2, temos que $\pi \cdot \overline{CP}^2 = 16\pi \Rightarrow \overline{CP} = 4$ cm.

Desse modo, como OP é o raio da esfera e $\overline{OC} = 3$ cm, vem

$$\overline{OP}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{CP}^2 \Leftrightarrow \overline{OP}^2 = 3^2 + 4^2$$
$$\Rightarrow \overline{OP} = 5 \text{ cm}.$$

Portanto, o volume da esfera é dado por

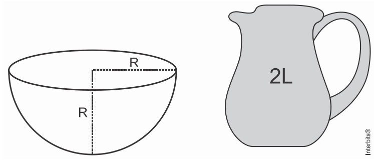
$$\frac{4\pi \cdot \overline{OP}^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 5^3}{3} = \frac{500\pi}{3}\text{cm}^3.$$

04. C

Para calcular basta calcular três vezes o volume das bolas de sorvete somados aos das 27 uvas, logo:

$$A = \left(3 \times \frac{4\pi r_1^3}{3}\right) + \left(27 \times \frac{4\pi r_2^3}{3}\right) = \left(4 \times 3 \times 4^3\right) +$$
$$+\left(9 \times 4 \times 3 \times 1^3\right) = 876 \text{ cm}^3$$

05. B



Volume da semiesfera: $\frac{2 \cdot \pi \cdot R^3}{3}$

$2L = 2000\,\text{cm}^3$

Portanto:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot R^3}{3} = 2000 \Rightarrow \pi \cdot R^3 = 3000 \Rightarrow R^3 \approx 1000 \Rightarrow R \approx 10\text{cm}$$

06. B

O volume total da fruta é igual a $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 12^3 \text{ cm}^3$.

Logo, se r é o raio do caroço, então

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 12^3 \Leftrightarrow r^3 = \left(\frac{12}{2}\right)^3$$
$$\Leftrightarrow r = 6\text{cm}.$$

Portanto, o resultado pedido é $4\pi \cdot 6^2 = 144\pi \text{cm}^2$.

07. D

V = Volume do porta-joias

V_c = Volume do cubo

V_e = Volume da esfera.

$V = V_c - V_e$

$V = 10^3 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3$

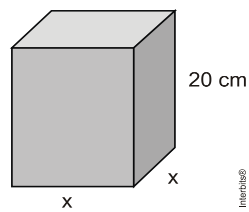
$V = 1\,000 - 256$

$V = 744 \text{ cm}^3$

Utilizando a densidade da madeira para encontrar a massa **m** do porta-joias.

$0,85 = \frac{m}{744} \Rightarrow m = 632,4 \text{ g} \cong 632 \text{ g}$

08. C



Número de esferas = $180 \cdot 50 = 9000$

Volume total das esferas =

$9000 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 4500\text{cm}^3$ (considerando $\pi = 3$)

Volume do bloco = $x \cdot x \cdot 20$

Logo,

$20x^2 = 4500$

$x^2 = 225$

$x = 15\text{cm}$

Calculando a área total, temos:

$$A = 2 \cdot (15 \cdot 15 + 15 \cdot 20 + 15 \cdot 20) = 1650$$

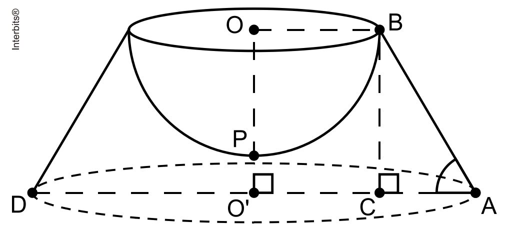
09. A
Seja R raio do tumor e x o número de meses.
Logo R(x) = 3 – 0,2x, após 5 meses o raio será:
R(5) = 3 – 0,2 . 5 = 2 cm

Volume inicial = $\dfrac{4\pi.3^3}{3} = 36\pi$

Volume final = $\dfrac{4\pi.2^3}{3} = \dfrac{32\pi}{3}$

P = $\dfrac{\frac{32\pi}{3}}{36\pi} \approx 29{,}6\%$

10. C
Considere a figura abaixo.



Queremos calcular $h = \overline{PO'} = \overline{OO'} - \overline{OP}$.

Temos que $\overline{O'A} = \dfrac{\overline{AD}}{2} = \dfrac{10}{2} = 5\text{ m}$ e $\overline{OB} = \dfrac{4}{2} = 2\text{ m} = \overline{O'C}$.

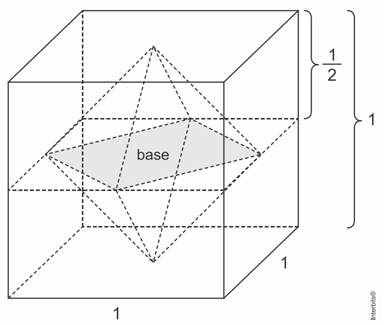
Logo, $\overline{AC} = \overline{O'A} - \overline{O'C} = 5 - 2 = 3\text{ m}$.

Do triângulo ABC, vem que $\text{tg}B\hat{A}C = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \overline{BC} = 3 \cdot \text{tg}60° = 3\sqrt{3} \cong 3 \cdot 1{,}73 = 5{,}19\text{ m}$.

Portanto, $h = 5{,}19 - 2 = 3{,}19 \cong 3{,}20\text{ m}$.

AULA 17

01. C



O poliedro é considerado um octaedro regular, seu volume será a soma dos volumes de duas pirâmides, representadas na figura acima.

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1^2}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

02. D
Seja d o diâmetro da bola. Para colocar a bola dentro da caixa, é necessário que a aresta interna tenha comprimento, no mínimo, igual ao diâmetro da bola.

Desse modo, temos $\pi \cdot d = 66 \Leftrightarrow d = \dfrac{66}{\pi}\text{cm}$.

03. C
Sabendo que a área lateral de um cilindro equilátero de raio r é dada por $4\pi r^2$, temos

$4\pi r^2 = 16\pi \Rightarrow r = 2\text{cm}$.

Portanto, sendo o raio da esfera inscrita igual ao raio do cilindro, podemos concluir que o volume da esfera é

$$\frac{4\pi}{3} \cdot r^3 = \frac{4\pi}{3} \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}\text{cm}^3.$$

04. C
O cilindro está inscrito no cubo, portanto:

I. $L_{cubo} = h_{cil} = 2R_{cil}$

II. O volume do cilindro é dado por:
$V_{cil} = \pi R^2 h_{cil} \Rightarrow V_{cil} = \pi R^2 \times (2R) \Rightarrow 54\pi =$
$= 2\pi R^3 \Rightarrow R = 3$

III. Volume do cubo
$V_{cubo} = L^3 \Rightarrow V_{cubo} = 6^3 \Rightarrow V_{cubo} = 216\text{ m}^3$

05. A
Sejam r e R, respectivamente, o raio da esfera e o raio do cilindro.
Sabendo que a relação entre o raio da esfera circunscrita ao cilindro equilátero e o raio do cilindro é $r = R\sqrt{2}$, temos

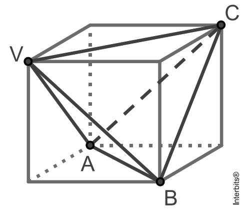
$$\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2\pi R^3} = \frac{2}{3}\left(\frac{r}{R}\right)^3 = \frac{2}{3}(\sqrt{2})^3 = \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

06. D
Se o *cupcake* fosse um prisma, suas medidas seriam 4 cm x 7 cm x 9 cm. Assim, a menor medida de caixa (que mais se aproxima das medidas do *cupcake*) que pode armazenar o doce, de forma a não o deformar e com menor desperdício de espaço é a embalagem IV.

07. E
Como o perímetro da base do prisma é igual a 72 cm, segue que a aresta da base desse prisma mede $\ell = \dfrac{72}{6} = 12\text{cm}$. Portanto, sabendo que o raio do cilindro é igual $\dfrac{\ell\sqrt{3}}{2} = \dfrac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}\text{cm}$ e a altura da caixa é 4 cm, temos que o volume máximo de *pizza* que pode vir na caixa é $\pi \cdot (6\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 432\pi\text{cm}^3$.

08. A

Considere a figura.

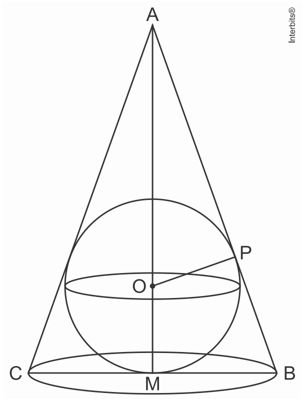


Como qualquer uma das faces do tetraedro VABC é um triângulo equilátero de lado $2\sqrt{2}$, segue que a área pedida é dada por

$$\frac{(2\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{3}}{4}=2\sqrt{3}\text{ u.a.}$$

09. C

Calculando:



$$\overline{OM}=\overline{OP}=R_e=2\text{ cm}$$
$$\overline{OA}=8-2=6\text{ cm}$$
$$\left(\overline{OA}\right)^2=\left(\overline{OP}\right)^2+\left(\overline{AP}\right)^2\Rightarrow 36=4+\left(\overline{AP}\right)^2\Rightarrow\overline{AP}=4\sqrt{2}$$
$$R_c=\overline{MC}$$
$$\Delta AMC\sim\Delta APO$$
$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AP}}=\frac{\overline{MC}}{\overline{PO}}\Rightarrow\frac{8}{4\sqrt{2}}=\frac{\overline{MC}}{2}\to\overline{MC}=R_c=2\sqrt{2}$$
$$V_e=\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot(2)^3\Rightarrow V_e=\frac{32\pi}{3}$$
$$V_c=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot\left(2\sqrt{2}\right)^2\cdot 8\Rightarrow V_c=\frac{64\pi}{3}$$
$$\frac{V_e}{V_c}=\frac{\frac{32\pi}{3}}{\frac{64\pi}{3}}=\frac{32}{64}=\frac{1}{2}$$

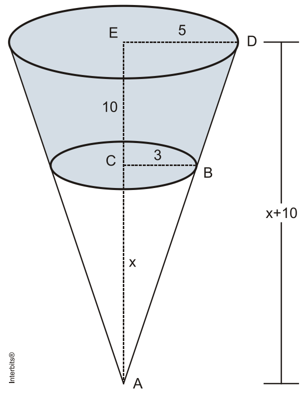
10. B

Desde que a superfície total de S_2 seja igual a $\pi\cdot 4\cdot(4\sqrt{5}+4)=16\pi(\sqrt{5}+1)\text{cm}^2$ e o volume de S_3 seja $\pi\cdot(2\sqrt{2})^2\cdot 16\cdot\text{sen}30°=64\pi\text{cm}^3$, teremos

$$\frac{64\pi}{16\pi(\sqrt{5}+1)}=\frac{4}{\sqrt{5}+1}\cdot\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1}=(\sqrt{5}-1)\text{cm}.$$

AULA 18

01. D



$$\Delta ADE\sim\Delta ABC\Rightarrow\frac{x}{x+10}=\frac{3}{5}\Rightarrow x=15$$

O volume V pedido (em m^3) é a diferença entre os volumes dos cones de raios 5 m e 3 m, respectivamente.

$$V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 5^2\cdot 25-\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 3^3\cdot 15=\frac{490\pi}{3}m^3=\frac{49}{3}10^4\pi L.$$

02. C

Sejam v e 2v, respectivamente, o volume do cone de raio r e o volume do cone de raio R.

Portanto, como os cones são semelhantes, temos

$$\frac{v}{2v}=\left(\frac{r}{R}\right)^3\Leftrightarrow R^3=2r^3.$$

03. A

Seja c a capacidade da garrafa original, em mililitros. Como os sólidos são semelhantes, tem-se que

$$\frac{c}{7}=\left(\frac{1}{0{,}2}\right)^3\Leftrightarrow c=875\text{mL}.$$

04. A

Como a superfície de contato entre os líquidos está inicialmente na metade da altura do cone, segue que a razão entre o volume de água e a capacidade V do recipiente é tal que

$$\frac{v_{H_20}}{V}=\left(\frac{1}{2}\right)^3\Leftrightarrow v_{H_20}=\frac{V}{8}.$$

Desse modo, o volume de óleo é dado por

$$V-v_{H_20}=V-\frac{V}{8}=\frac{7V}{8}.$$

Portanto, quando toda a água e nenhum óleo escoar, a altura x atingida pelo óleo é tal que

$$\frac{\frac{7V}{8}}{V}=\left(\frac{x}{h}\right)^3\Leftrightarrow\frac{x}{h}=\sqrt[3]{\frac{7}{8}}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt[3]{7}}{2}h.$$

05. D

Seja g uma geratriz do cone emerso e G uma geratriz do sólido. Segue que $\frac{g}{G}=\frac{1}{2}=k,$

Com k sendo a constante de proporcionalidade.

Assim, se v é o volume emerso e V é o volume do sólido, temos $\frac{v}{V} = k^3 \Rightarrow \frac{v}{V} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow v = \frac{V}{8}.$

Seja V_S o volume submerso.

$$V_S = V - v = V - \frac{V}{8} = \frac{7V}{8}.$$

Portanto, a razão pedida é

$$\frac{V_S}{V} = \frac{\frac{7V}{8}}{V} = \frac{7}{8}.$$

06. B

A solução inicial ocupa um volume igual a $\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 12\ cm^3$, em que r é o raio do cone menor definido pelo nível do líquido. O recipiente tem volume igual a $\frac{1}{3}\pi R^2 \cdot H\ cm^3$, em que R é o raio do recipiente e H é a sua altura.

Como os cones são semelhantes, segue que:

$$\frac{r}{R} = \frac{12}{H} \Leftrightarrow r = \frac{12R}{H}.$$

Por outro lado, do enunciado vem:

$$27\% \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 12 = 8\% \cdot \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot H \Rightarrow 27 \cdot \left(\frac{12R}{H}\right)^2 \cdot 12 = 8 \cdot R^2 \cdot H$$

$$\Rightarrow H^3 = \frac{3^3 \cdot 12^3}{2^3}$$

$$\Rightarrow H = \frac{3 \cdot 12}{2}$$

$$\Rightarrow H = 18\,cm.$$

07. A

Seja V o volume inicial na altura h e v o volume na altura h/2. Como os cones são semelhantes, então:

$$\frac{v}{V} = \left(\frac{\frac{h}{2}}{h}\right)^3 \rightarrow \frac{v}{V} = \frac{1}{8} \rightarrow v = \frac{V}{8}$$

O volume escoado em 35 minutos foi:

$V - \frac{V}{8} = \frac{7}{8}.V$. Logo, o tempo para escoar $\frac{V}{8}$:

$\frac{7}{8}.V \rightarrow 35$ minutos

$\frac{V}{8} \quad \rightarrow t$

$t = 5$ minutos.

08. A

09. E

10. C

AULA 19

01. A

Uma pirâmide quadrangular possui 5 faces, 8 arestas e 5 vértices. Após os cortes, tais quantidades serão acrescidas em 4, 12 e 8 unidades, respectivamente.

Portanto, a joia ficará com 9 faces, 20 arestas e 13 vértices.

02. C

Após os cortes, o poliedro P resultante é um sólido com 6 + 8 = 14 faces. Portanto, a resposta é 14.

03. C

F: número de faces

A: número de arestas

V: número de vértices

$$A = \frac{20 \cdot 6 + 12 \cdot 5}{2} = 90$$

F = 32

V = 2 + A − F

V = 2 + 90 − 32

V = 60.

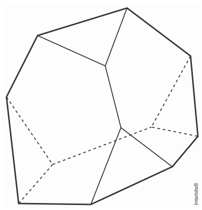
04. B

O prisma hexagonal regular possui 12 vértices e oito faces. Acrescentando-se uma nova face em cada vértice, teremos um total de 8 + 12 = 20 faces.

05. B

O número de faces triangulares do poliedro corresponde ao número de vértices do cubo, que são 8, e em cada face do cubo tem um quadrado. Portanto, o poliedro tem 8 faces triangulares e 6 faces quadradas.

06. D



O sólido resultante da divisão proposta pelo problema será formado por 4 faces hexagonais e 4 faces triangulares.

Sabendo que cada aresta mede 2 cm e o número de arestas será dado por:

$A = \frac{4 \cdot 6 + 4 \cdot 3}{2} = 18,$ temos que a soma das medidas de todas as arestas será: $18 \cdot 2 = 36$ cm

07. D

Total de faces: F = 32 (12 pentagonais e 20 hexagonais)

Total de Arestas: $A = \frac{12 \cdot 5 + 20 \cdot 6}{2} = 90$

Total de vértices (V):

$V - A + F = 2$

$V - 90 + 32 = 2$

$V = 60$

Portanto, 90 arestas e 60 vértices.

08. A

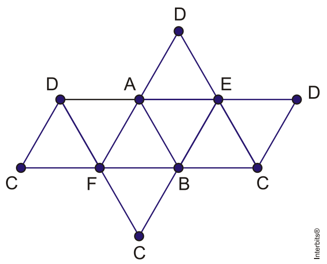
Número de arestas: $(12 \cdot 5)/2 = 30$.

Número de arestas visíveis: 20.

Número de arestas não visíveis: 30 – 20 = 10

09. D

Faces: *EAD*, *EAB*, *EBC*, *ECD*, *FAB*, *FBC*, *FCD* e *FAD*.

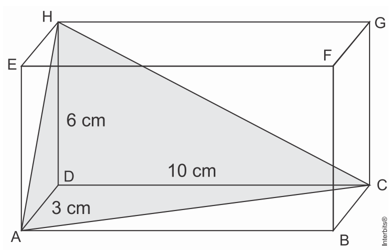


10. C

O octaedro possui 6 vértices. Ao retirarmos uma pirâmide regular de base quadrangular de cada vértice do octaedro, obtemos um octaedro truncado com $6 \cdot 4 = 24$ vértices. Portanto, a resposta é $360° \cdot (24 - 2) = 7920°$.

AULA 20

01. C



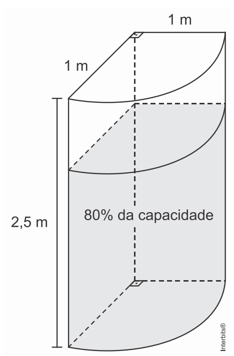
O volume V da pirâmide será dado por:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$, onde A_b é a área da base da pirâmide e h é a altura.

Logo:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3.10}{2} .6 = 30cm^3$$

02. E



Considerando que é possível aproveitar apenas 80% da água, o volume de água que será aproveitado é dado por:

$$V = 0{,}80 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2 \cdot 2{,}5}{4} = 0{,}20 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 =$$

$$= 1{,}57\ m^3 = 1570\ L$$

03. C

A medida da aresta de cada cubinho, em centímetros, corresponde ao máximo divisor comum das dimensões do bloco, isto é,

$$\begin{aligned} \text{mdc}(18, 24, 30) &= \text{mdc}(2 \cdot 3^2, 2^3 \cdot 3, 2 \cdot 3 \cdot 5) \\ &= 2 \cdot 3 \\ &= 6. \end{aligned}$$

Em consequência, a resposta é $6^3 = 216\,cm^3$.

04. A

Sabemos que todos os sólidos possuem a mesma altura. Portanto, podemos concluir que:

Volume do cubo = 3x

Volume da pirâmide = x (um terço do volume do cubo)

Volume do cilindro = 3y

Volume do cone = y (um terço do volume do cilindro)

Somando o volume de 2 cubos e de 2 cilindros, obtêm-se 180 cm^3. $2 \cdot 3x + 2 \cdot 3y = 180 \Rightarrow x + y = 30$

Portanto, a soma dos volumes, em cm^3, de um cubo, um cilindro, dois cones e duas pirâmides é dada por: $3x + 3y + 2x + 2y = 5 \cdot (x + y) = 5 \cdot 30 = 150$

05. E

V_1: volume do sólido 1

V_2: volume do sólido 2

$$V_1 = \pi R^2 \cdot \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \cdot \pi R^2 \cdot \frac{a}{2}$$

$$V_1 = \frac{3}{4} \pi R^2 a$$

$$V_2 = \pi R^2 \cdot \frac{a}{2} + \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot \frac{a}{2}$$

$$V_2 = \frac{2}{3} \pi R^2 a$$

Sendo h a medida da altura do cilindro reto de raio R e volume $V_1 + V_2$ temos:

$$\pi R^2 h = \frac{3}{4} \pi R^2 a + \frac{2}{3} \pi R^2 a$$

$$\pi R^2 h = \frac{17}{12} \pi R^2 a$$

$$h = \frac{17}{12} a$$

06. B

Calculando:

área lateral debaixo $= S_{lateral} = 6 \cdot 2 \cdot 1 = 12\ m^2 a$

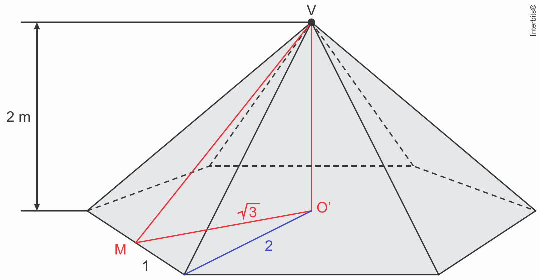
Triângulo VMO':

$$h^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 2^2 \Rightarrow h = \sqrt{7}$$

$$\text{área do telhado} = S_{telhado} = 6 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{7}}{2} = 6\sqrt{7} \approx 15,6 \text{ m}^2$$

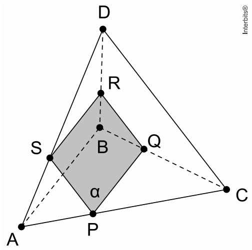
$$\text{arestas} = 6 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 6 \cdot 2\sqrt{2} =$$
$$= 48 + 12\sqrt{2} \approx 52,8 \text{ m}$$

$$\text{Custo} = ((12 + 15,6) \cdot 2 + 64,8 \cdot 4) \cdot 1,3 = 408,72 \text{ reais}$$



07. A

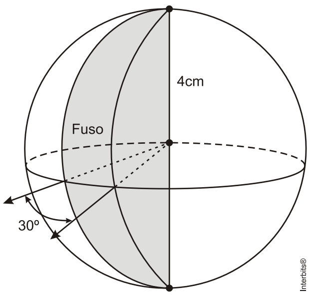
Considere a figura.



Sejam Q, R e S, respectivamente, as interseções de α com as arestas BC, BD e AD. Desde que α é paralelo à aresta AB, temos SR e PQ paralelos a AB. Analogamente, concluímos que PS e QR são paralelos a CD. Ademais, sabendo que arestas opostas de um tetraedro regular são ortogonais, tem-se que o quadrilátero PQRS é um retângulo.

Sendo ABCD regular, os triângulos APS e CQP são equiláteros, e, portanto, a área pedida é igual a $3 \cdot 7 = 21 \text{ m}^2$.

08. A



$360° : 12° = 30°$

A área total de cada gomo é a soma das áreas de um fuso esférico como as áreas de dois semicírculos.

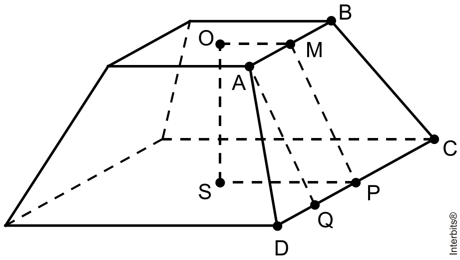
$$A = \frac{30° \cdot 4\pi \cdot 4^2}{360°} + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 4^2}{2}$$

$$A = \frac{16\pi}{3} + 16\pi$$

$$A = \frac{64\pi}{3} = \frac{4^3\pi}{3} \text{cm}^2.$$

09. C

Considere a figura.



Sabendo que $\overline{AB} = 8\text{cm}$ e $\overline{CD} = 10\text{cm}$, temos que $\overline{DQ} = \frac{10-8}{2} = 1\text{cm}$.

Como $\overline{AD} = 10\text{cm}$, do triângulo retângulo AQD, vem

$$\overline{AQ}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{DQ}^2 \Leftrightarrow \overline{AQ}^2 = 10^2 - 1^2$$
$$\Leftrightarrow \overline{AQ} = 3\sqrt{11}\text{cm}.$$

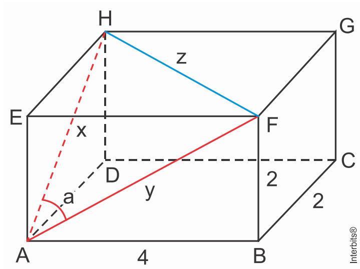
Portanto, a área total da embalagem é dada por

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 + 4 \cdot \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot \overline{AQ} = 10^2 + 8^2 + 4 \cdot \frac{10+8}{2} \cdot 3\sqrt{11}$$
$$\cong 164 + 108 \cdot 3,32$$
$$= 522,56\text{cm}^2.$$

O raio máximo que a base do panetone pode ter é igual ao raio do círculo inscrito na base menor da embalagem, ou seja,

$$\overline{OM} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{8}{2} = 4\text{cm}.$$

10. E



$$\Delta ABF \rightarrow y^2 = 4^2 + 2^2 \rightarrow y^2 = 20 \rightarrow y = 2\sqrt{5}$$
$$\Delta EHF \rightarrow z^2 = 4^2 + 2^2 \rightarrow z^2 = 20 \rightarrow z = 2\sqrt{5}$$
$$\Delta EHA \rightarrow x^2 = 2^2 + 2^2 \rightarrow x^2 = 8 \rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

Lei dos Cossenos:

$$z^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cdot \cos a \rightarrow 20 = 8 + 20 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \cos a$$

$$8\sqrt{10} \cdot \cos a = 8 \rightarrow \cos a = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{sen}^2 a + \cos^2 a = 1 \rightarrow \text{sen}^2 a + \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 = 1 \rightarrow \text{sen}^2 a =$$

$$= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \rightarrow \text{sen } a = \frac{3}{\sqrt{10}}$$