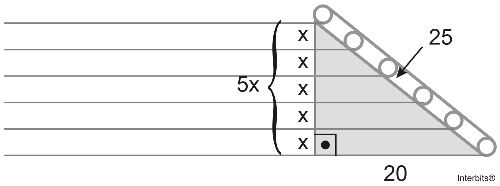
MATEMÁTICA 3 – VOLUME 2
RESOLUÇÕES – EXERCITANDO EM CASA

AULA 11

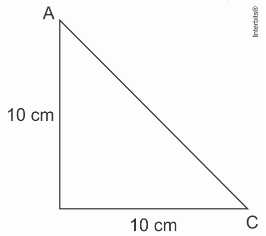
01. E



$25^2 = 20^2 + (5x)^2$
$625 = 400 + 25x^2$
$25x^2 = 225$
$x^2 = 9$
$x = 3$

02. B

Considere a situação:



Aplicando o teorema de Pitágoras para obter a diagonal:

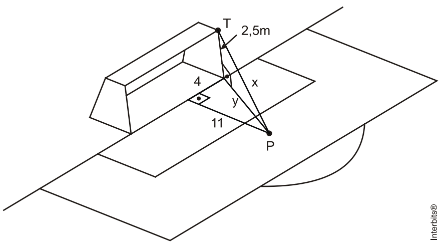
$\text{hip}^2 = \text{cat}^2 + \text{cat}^2$

$\text{hip}^2 = 10^2 + 10^2$

$\text{hip} = 10\sqrt{2}$

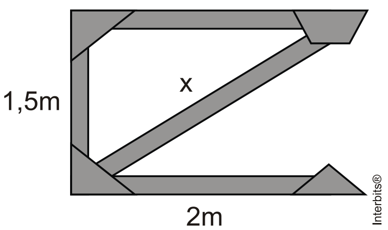
Somando a aresta, a distância total é de $(10\sqrt{2} + 10)$ cm.

03. A



Considerando x a distância pedida, temos:
$y^2 = 4^2 + 11^2$
$y^2 = 137$
$x^2 = y^2 + 2{,}5^2$
$x^2 = 137 + 6{,}25$
$x^2 = 143{,}25$
$x \simeq 12\text{m}$

04. A



Calculando a medida x da barra diagonal, temos:

$x^2 = 2^2 + 1{,}5^2$

$x^2 = 6{,}25$

$x = 2{,}5$ m

Para construir 300 m de cerca utilizaremos 150 partes, como a da figura, mais uma ripa vertical.
150.(2 m + 2 m + 1,5 m + 2,5 m) + 1,5 m = 1201,5 m de ripa.

05. C

O triângulo OAB é um triângulo pitagórico do tipo 3-4-5, portanto:

$\overline{OA} = 4$

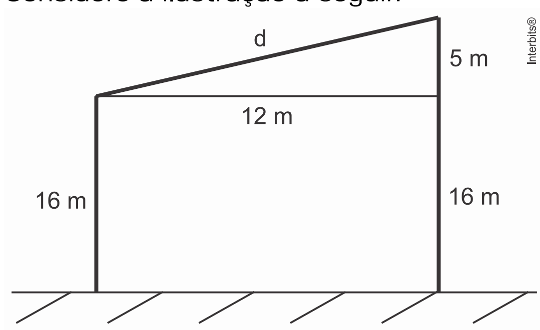
$AB = r = 3$

$R = 5$

$h = R - \overline{OA} = 5 - 4 \Rightarrow h = 1$

06. A

Considere a ilustração a seguir:

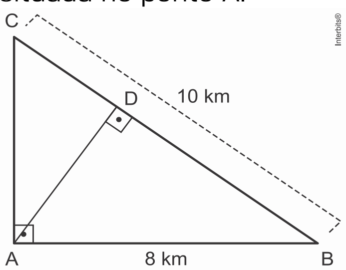


Logo, aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$d^2 = (5)^2 + (12)^2 \Rightarrow d = \sqrt{25 + 144} \Rightarrow d = 13\text{m}$

07. C

Admitindo que o ponto D, pertencente à hipotenusa, é o ponto mais próximo da ilha, situada no ponto A.



$AC^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow AC = 6$

Calculando, agora, a medida AD, temos:

$10 \cdot AD = 6 \cdot 8 \Rightarrow AD = 4{,}8$

Portanto, a menor distância do navio até a ilha, no lado de extremos B e C, será dada por $AD = 4{,}8$ km.

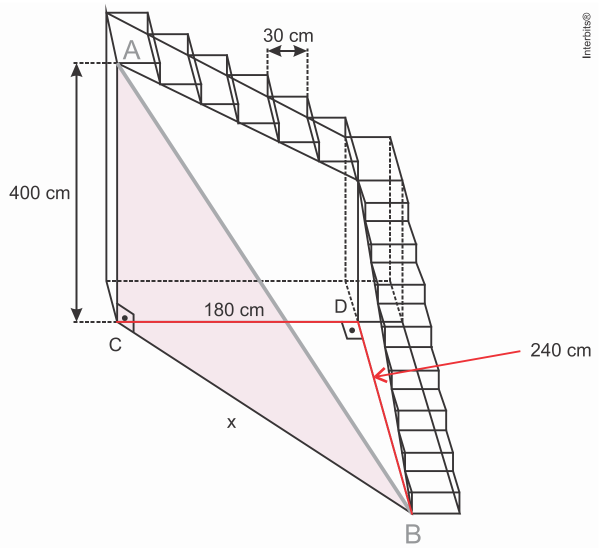
08. E

Tem-se que $\overline{AB} = 40v$ e $\overline{BC} = 30v$. Logo, pelo teorema de Pitágoras, aplicado ao triângulo ABC, vem:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{(40v)^2 + (30v)^2}$$
$$\Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{2500v^2}$$
$$\Rightarrow \overline{AC} = 50v$$

Desse modo, o tempo para ir de A até C na nova configuração é $\frac{50v}{v} = 50\text{ s}$ e, portanto, a economia de tempo será igual a $90 - 50 = 40\text{ s}$.

09. C



No triângulo BDC, temos:

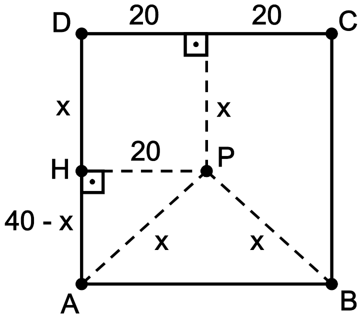
$x^2 = 180^2 + 240^2 \Rightarrow x = 300\text{cm}$

No triângulo ACB, temos:

$AB^2 = 400^2 + 300^2 \Rightarrow AB = 500\text{cm}$

10. C

Considere a figura abaixo, em que P é o ponto onde deverá ser construída a estação.



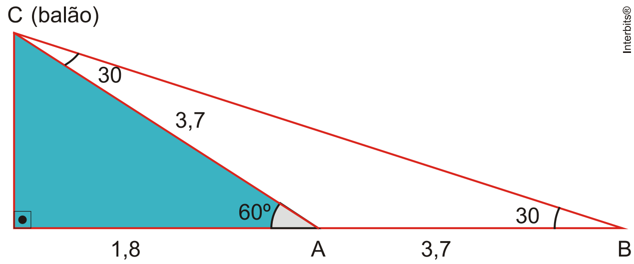
Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo APH, obtemos

$$x^2 = 20^2 + (40 - x)^2 \Leftrightarrow x^2 = 400 + 1600 - 80x + x^2$$
$$\Leftrightarrow 80x = 2000$$
$$\Leftrightarrow x = 25\text{km}$$

Por conseguinte, a nova estação deverá ser construída na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 25 km dessa estrada.

AULA 12

01. C



$$tg60^0 = \frac{h}{1,8} \rightarrow h = 1,8x\sqrt{3} \rightarrow h \cong 3,1$$

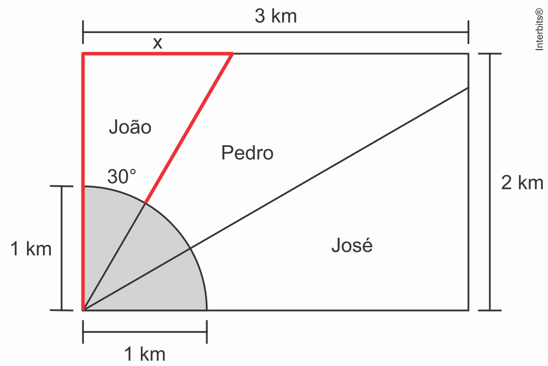
02. E

No triângulo assinalado (João), temos:

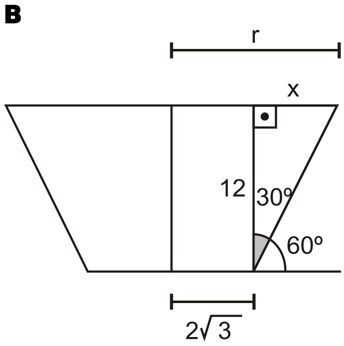
$$tg30° = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2\frac{\sqrt{3}}{3} = 2 \cdot 0,58 = 1,16$$

$$A = \frac{1,16 \cdot 2}{2} = 1,16$$

Em porcentagem: $\frac{1,16}{6} \approx 19\%$



03. B



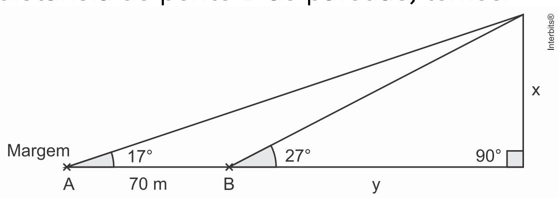
$$tg30^o = \frac{x}{12} \Leftrightarrow x = 4\sqrt{3}$$

$r = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$, logo a área da tampa será:

$A = \pi.(6\sqrt{3})^2 = 108\pi\text{ m}^2$

04. B

Considerando x a altura do paredão e y a distância do ponto B ao paredão, temos:



$tg27° = \dfrac{x}{y} \Rightarrow x = y \cdot tg27° \Rightarrow x = 0{,}51y \quad (I)$

$tg17° = \dfrac{x}{y+70} \Rightarrow x = (y+70) \cdot tg17° \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 0{,}30y + 21 \quad (II)$

Fazendo (I) = (II), temos:
$0{,}51y = 0{,}30y + 21 \Rightarrow 0{,}21y = 21 \Rightarrow y = 100$

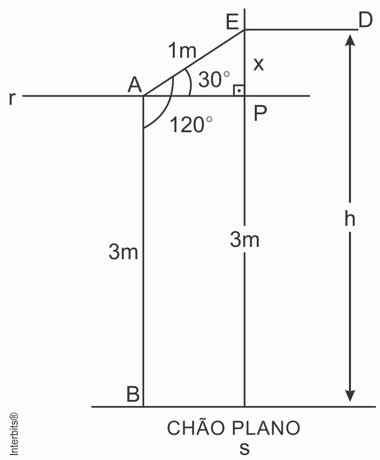
Logo, a altura do paredão será:
$x = 0{,}51 \cdot 100 = 51\,m$

05. C

Segue de imediato que $sen\alpha = \dfrac{1{,}8}{60} \Leftrightarrow sen\alpha = 0{,}03.$

Portanto, de acordo com as informações da tabela, podemos afirmar que $\alpha \in [1{,}5; 1{,}8[.$

06. B



Pelo ponto A traça-se a reta r paralela ao chão plano.
Pelo ponto E traça-se a reta s perpendicular ao chão plano.
As retas r e s se intersectam no ponto P.

No triângulo APE, temos:

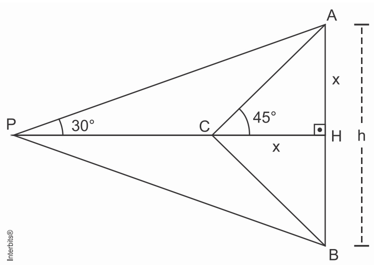
$E\hat{A}P = 120° - 90° = 30°$

$sen30° = \dfrac{x}{1} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{1} \Rightarrow x = 0{,}5$

Portanto, a altura h da lâmpada ao chão plano será dada por $H = 3 + 0{,}5 = 3{,}5m.$

07. C

Representando a figura através de triângulos, temos:



O triângulo ACH é isósceles, logo $CH = AH = x.$
Considerando, agora, o triângulo PHA, podemos escrever:

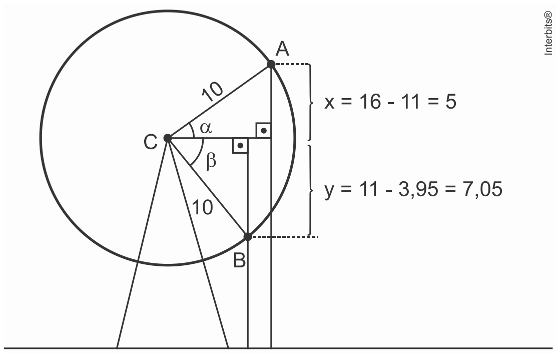
$tg30° = \dfrac{x}{2+x} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{x}{2+x} \Rightarrow 3x = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot x \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(3 - \sqrt{3}\right) \cdot x = 2\sqrt{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \dfrac{2\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \cdot \dfrac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} \Rightarrow x = \sqrt{3} + 1$

Portanto, $h = 2 \cdot \left(\sqrt{3} + 1\right) = \left(2 \cdot \sqrt{3} + 2\right)m.$

08. C

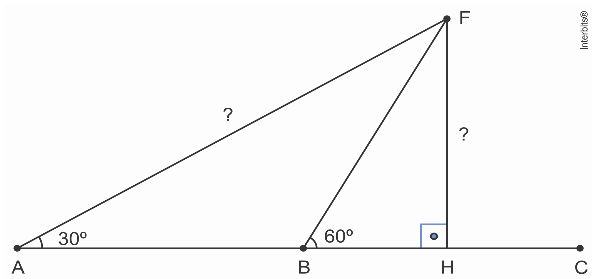


$sen\alpha = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30°$

$sen\beta = \dfrac{7{,}05}{10} = 0{,}705 \Rightarrow \alpha = 45°$

Portanto, $A\hat{O}B = 30° + 45° = 75°.$

09. C



$A\hat{F}B = 30° \Rightarrow AB = BF = 6$ milhas

No ΔFBH:

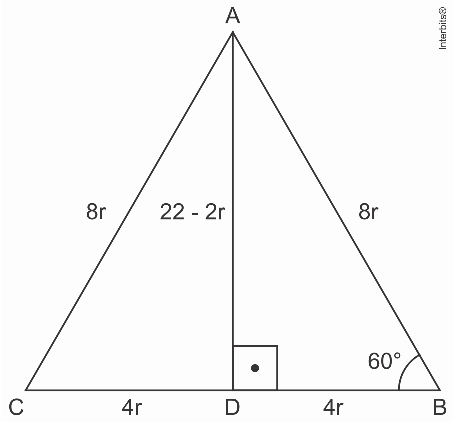
$sen60° = \dfrac{FH}{6} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{FH}{6} \Rightarrow FH = 3\sqrt{3}$ milhas

No ΔFHA:

$sen30° = \dfrac{3\sqrt{3}}{AF} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{AF} \Rightarrow AF = 6\sqrt{3}$ milhas

10. E

Consideremos o triângulo ABC formado pelo centro da bola 1 (vértice A), centro da bola 9 (vértice B) e centro da bola 6 (vértice C). Tal triângulo é equilátero e a medida de cada um de seus lados é 8r, onde r é a medida do raio de cada uma das bolas de bilhar.

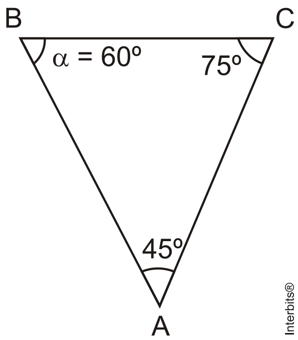


No triângulo ABD:

$$\text{tg}60^\circ = \frac{22-2r}{4r}$$
$$\sqrt{3} = \frac{22-2r}{4r}$$
$$4r \cdot \sqrt{3} = 22 - 2r$$
$$4r \cdot \sqrt{3} + 2r = 22$$
$$2r \cdot \left(2\sqrt{3}+1\right) = 22$$
$$r = \frac{11}{2\sqrt{3}+1}$$
$$r = \frac{11}{2\sqrt{3}+1} \cdot \frac{2\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}-1}$$
$$r = \frac{11 \cdot \left(2\sqrt{3}-1\right)}{\left(2\sqrt{3}\right)^2 - 1^2}$$
$$r = \frac{11 \cdot \left(2\sqrt{3}-1\right)}{11}$$
$$r = 2\sqrt{3} - 1$$

AULA 13

01. B

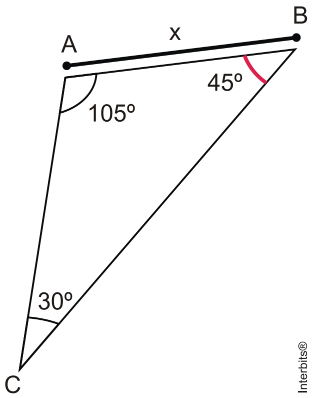


$\alpha = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$

Aplicando o teorema dos senos, temos:

$$\frac{AC}{\text{sen}60^\circ} = \frac{8}{\text{sen}45^\circ}$$
$$AC.\frac{\sqrt{2}}{2} = 8.\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$AC = 4\sqrt{6}$$

02. D



$$\frac{x}{\text{sen}30^\circ} = \frac{200}{\text{sen}45^\circ}$$
$$x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 200 \cdot \frac{1}{2}$$
$$x = \frac{200}{\sqrt{2}}$$
$$x = 100\sqrt{2}\text{m}$$

03. B

Pela lei dos senos, segue que:

$$\frac{\overline{AB}}{\text{sen}60^\circ} = 2R \Leftrightarrow 2R = \frac{80}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow R = \frac{80}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{80\sqrt{3}}{3}\ \text{m}.$$

04. B

No triângulo ABC, $A\hat{B}C = 45^\circ$. Aplicando o teorema dos senos, temos:

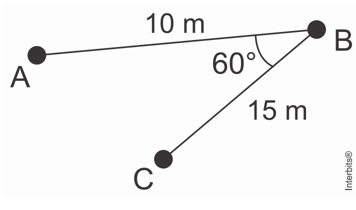
$$\frac{50}{\text{sen}45^\circ} = \frac{BC}{\text{sen}30^\circ} \Leftrightarrow BC.\sqrt{2} = 50 \Leftrightarrow BC = 25\sqrt{2}$$

No triângulo BDC, temos:

$$\text{sen}30^\circ = \frac{h}{25\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{25\sqrt{2}} \Leftrightarrow h = 12{,}5\sqrt{2}$$

05. B

Colocando graficamente as informações dadas no enunciado:



Aplicando-se a lei dos cossenos, tem-se que a distância "a" entre os pontos A e C será:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$
$$a^2 = 10^2 + 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 60^\circ$$
$$a^2 = 325 - 300 \cdot 0{,}5 \rightarrow a^2 = 175$$
$$a = \sqrt{175} = 5\sqrt{7}\ \text{m}$$

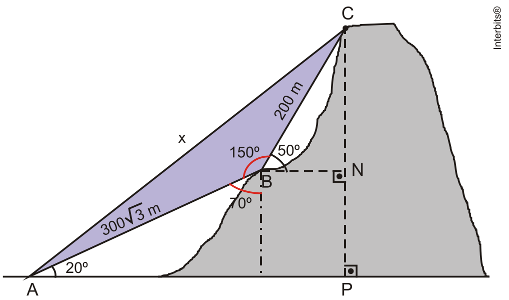
06. D

Pela lei dos cossenos, obtemos:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AB}\cdot\cos B\hat{A}C$$
$$= (0{,}8)^2 + 1^2 - 2\cdot 0{,}8\cdot 1\cdot\cos 150°$$
$$= 0{,}64 + 1 - 2\cdot 0{,}8\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$\cong 1{,}64 + 0{,}8\cdot 1{,}7$$
$$\cong 3.$$

Logo, $\overline{BC} \cong 1{,}7$ e, portanto, o resultado é $1 + 0{,}8 + 1{,}7 = 3{,}5.$

07. A



Aplicando o teorema dos cossenos no triângulo assinalado, temos:

$$AC^2 = \left(300\sqrt{3}\right)^2 + 200^2 - 2.300\sqrt{3}.200.\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$AC^2 = 270000 + 40000 + 180000$$
$$AC = \sqrt{490000}$$
$$AC = 700\text{m}$$

08. B

Sejam S, P, G e C, respectivamente, os pontos que representam as cidades de Sorocaba, São Paulo, Guaratinguetá e Campinas.

Sabendo que $S\hat{P}C = 60°$ e $C\hat{P}G = 90°$, vem $S\hat{P}G = 150°$. Logo, aplicando a lei dos cossenos no triângulo SPG, encontramos:

$$\overline{SG}^2 = \overline{SP}^2 + \overline{PG}^2 - 2\cdot\overline{SP}\cdot\overline{PG}\cdot\cos S\hat{P}G$$
$$= 80^2 + 160^2 - 2\cdot 80\cdot 160\cdot\cos 150°$$
$$= 6400 + 25600 - 2\cdot 12800\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$= 6400\cdot(5 + 2\cdot\sqrt{3})$$

Portanto, $\overline{SG} = 80\cdot\sqrt{5 + 2\cdot\sqrt{3}}$ km.

09. C

Se o lado do quadrado ABCD mede 1 cm, então sua diagonal mede $\sqrt{2}$ cm. Daí, como C é ponto médio de AE, vem $\overline{CE} = \sqrt{2}$ cm. Ademais, sendo $A\hat{C}D = 45°$, temos $D\hat{C}E = 135°$ e, portanto, pela lei dos cossenos, encontramos:

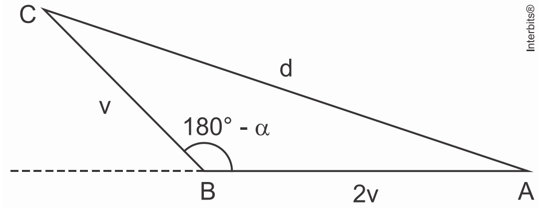
$$\overline{DE}^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\cdot 1\cdot\sqrt{2}\cdot\cos 135° \Leftrightarrow \overline{DE}^2 = 5$$
$$\Rightarrow \overline{DE} = \sqrt{5}\text{ cm}$$

10. E

Distância percorrida de A até B: $AB = 2\cdot v$

Distância percorrida de B até C: $BC = v$

Aplicando o teorema dos cossenos no triângulo ABC, temos a distância d entre os pontos A e B.



$$d^2 = (2v)^2 + v^2 - 2\cdot 2v\cdot v\cdot\cos(180° - \alpha)$$
$$d^2 = 4v^2 + v^2 + -4v^2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)$$
$$d^2 = 8v^2$$
$$d = 2v\sqrt{2}$$

AULA 14

01. A

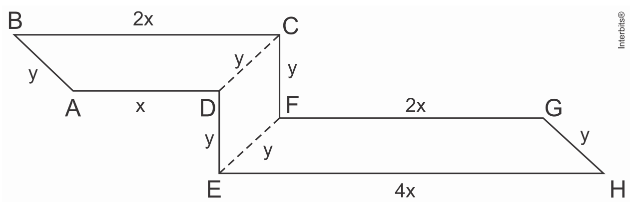
Aplicando o teorema de Pitágoras, concluímos facilmente que a diagonal de uma célula solar mede 10 cm. Em consequência, as 100 células produzem $100\cdot 10\cdot 24 = 24.000$ Wh. Assim, estão sendo produzidos, diariamente, $24000 - 20160 = 3.840$ Wh, além do consumo. Portanto, o proprietário deverá retirar $\frac{3840}{240} = 16$ células.

02. A

O custo para cercar os lados paralelos ao terreno é igual a 2x . 4 = 8x, enquanto que para cercar os outros lados o custo é 2y . 2 = 4y. Portanto, segue que $8x + 4y = 7500 \Leftrightarrow 4(2x + y) = 7500.$

03. B

Considerando os trapézios isósceles, o losango e as informações da questão, temos:



Portanto, o perímetro da figura será dado por $P = x + 4x + 2x + 2x + y + y + y + y = 9x + 4y.$

04. C

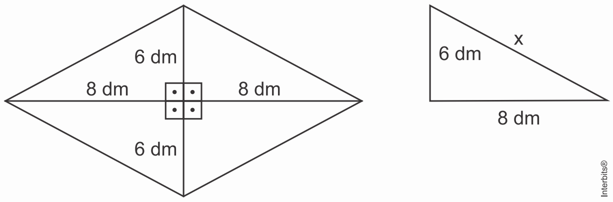
De acordo com as figuras, as peças que formarão o telhado são quadrados de lados 25 cm.

05. E

Para que a troca seja possível, deve-se ter $4a = 2b + 2$ e $3b = 5a + 5$. Logo, se $4a = 32\,cm$, ou seja, $a = 8\,cm$, então $3b = 45\,cm$ e, portanto, a troca será possível.

06. A

Observe que desejamos obter o perímetro do losango. Logo, sabendo das medidas de suas diagonais, temos que:



Aplicando o teorema de Pitágoras, obteremos o lado x:

$x^2 = 6^2 + 8^2$

$x^2 = 36 + 64$

$x = \sqrt{100}$

$x = 10$ dm

Obtendo o perímetro, temos que:

$\text{Perímetro} = 10 + 10 + 10 + 10 = 40$ dm

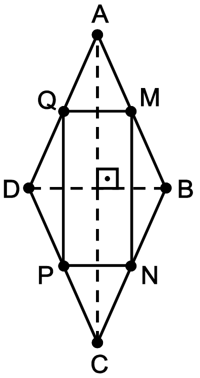
07. A

Há três tipos de quadrados, com $\ell_1 < \ell_2 < \ell_3$ sendo os seus lados. É fácil ver que $\ell_2 = 2 \cdot \ell_1$ e $\ell_3 = \ell_1 + \ell_2 = 3 \cdot \ell_1$.

Portanto, temos: $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{\ell_3 + \ell_2}{\ell_3} = \dfrac{5}{3}.$

08. B

Considere a figura:

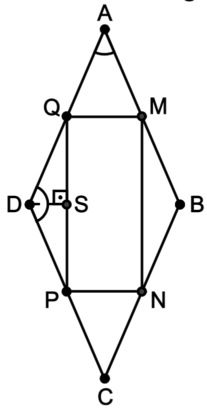


Sabendo que M e Q são os pontos médios de AB e AD, temos que MQ é base média do triângulo ABD. Desse modo, MQ ∥ BD. Analogamente, concluímos que NP ∥ BD e PQ ∥ AC ∥ MN. Além disso, como as diagonais AC e BD do losango são perpendiculares, segue que MNPQ é retângulo.

Por outro lado, dado que $M\hat{A}Q \equiv N\hat{C}P = \alpha$, com $0° < \alpha < 90°$, é imediato que $P\hat{D}Q \equiv M\hat{B}N = 180° - \alpha$. Mas $\overline{AQ} = \overline{AM} = \overline{DQ} = \overline{DP}$ e, portanto, $\overline{MQ} \neq \overline{PQ}$, ou seja, MNPQ é um retângulo que não é losango.

09. E

Considere a figura:



Seja ℓ a medida do lado do losango ABCD.

Assim, como $\overline{AQ} = \overline{AM} = \dfrac{\ell}{2}$ e supondo $Q\hat{A}M = 60°$, temos que o triângulo AQM é equilátero e, portanto, $\overline{MQ} = \dfrac{\ell}{2}$. Analogamente, segue que $\overline{PN} = \dfrac{\ell}{2}$.

Por outro lado, temos que $Q\hat{D}P = 120°$. Daí, se S é o pé da perpendicular baixada de D sobre PQ, concluímos que $Q\hat{D}S = 60°$, pois $\overline{DP} = \overline{DQ} = \dfrac{\ell}{2}$.

Logo, do triângulo DQS, vem:

$$\operatorname{sen}\widehat{QDS} = \frac{\overline{QS}}{\overline{DQ}} \Leftrightarrow \operatorname{sen}60° = \frac{\frac{\overline{PQ}}{2}}{\frac{\ell}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

Por conseguinte, a razão pedida é:

$$\frac{2p_{ABCD}}{2p_{MNPQ}} = \frac{4\ell}{2\cdot\left(\frac{\ell\sqrt{3}}{2} + \frac{\ell}{2}\right)}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$$

$$= 2\sqrt{3} - 2$$

10. A

Como M é ponto médio de SR, $A\hat{M}S = 90°$ e $\overline{AR} = \overline{AD}$, segue-se que ARDS é losango.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo ADC, encontramos $\overline{AC} = b\sqrt{5}$.

Logo, $\overline{AR} = \overline{DS} = \dfrac{b\sqrt{5}}{2}$.

Portanto, como o produto dos catetos é igual ao produto da hipotenusa pela altura, do triângulo MSD vem:

$$\overline{DS} \cdot \overline{MP} = \overline{MS} \cdot \overline{DM} \Leftrightarrow \frac{b\sqrt{5}}{2} \cdot \overline{MP} = \frac{b}{2} \cdot b$$

$$\Leftrightarrow \overline{MP} = \frac{b\sqrt{5}}{5}$$

AULA 15

01. E

O resultado pedido é dado por:

$$\frac{7.000 \cdot 10.000}{40 \cdot 125} = 14.000$$

02. C

Apenas os terrenos 3 e 4 possuem 180 m de comprimento. Calculando a área de cada um deles, temos:

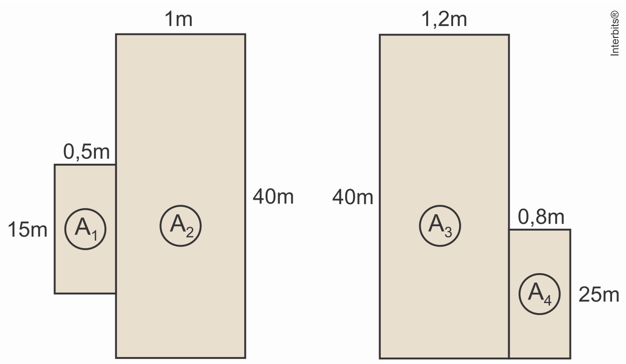
$$A_3 = 60 \cdot 30 = 1800\ m^2$$

$$A_4 = 70 \cdot 20 = 1400\ m^2$$

Logo, o terreno com maior área que possui 180 m de perímetro é o terreno de nº 3.

03. D

Vamos, inicialmente, dividir a área ocupada pelas pessoas em retângulos:



A área A ocupada pelas pessoas será a soma das áreas dos retângulos:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$A = 15 \cdot 0{,}5 + 40 \cdot 1 + 40 \cdot 1{,}2 + 0{,}8 \cdot 25$$

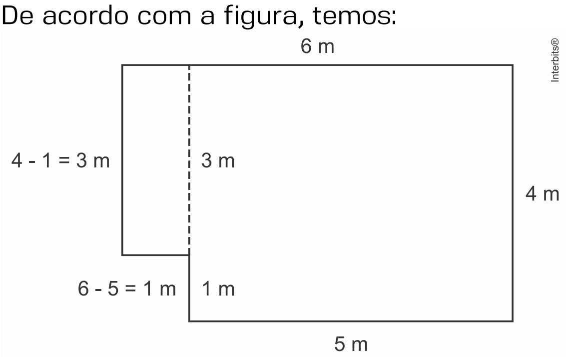
$$A = 7{,}5 + 40 + 48 + 20$$

$$A = 115{,}5$$

Como havia duas pessoas por metro quadrado, o número n de pessoas presentes no desfile foi $n = 115{,}5 \cdot 2 = 231.$

04. D

De acordo com a figura, temos:



Assim, basta calcular a área em metros quadrados. A área será dada pela soma dos dois retângulos. Logo:

$$(5 \times 4) + (3 \times 1) = 20 + 3 = 23\ m^2$$

05. A

Seja S' a área coberta pelas placas de uma caixa nova. Como $S = N \cdot y^2$, $S' = X \cdot 9y^2$ e $S' = S$, temos:

$$X \cdot 9y^2 = N \cdot y^2 \Leftrightarrow X = \frac{N}{9}$$

06. C

Sendo de 20% a redução nas medidas dos lados, tem-se que a redução na área é dada por:

$$1 - 0{,}8^2 = 1 - 0{,}64 = 0{,}36 = 36\%$$

07. C

Calculando as áreas dos ambientes, obtemos:

$S_I = 8 \cdot 5 = 40\ m^2,$

$S_{II} = (14 - 8) \cdot 5 = 30\ m^2,$

$S_{III} = (14 - 8) \cdot (9 - 5) = 24\ m^2$

e

$$S_{IV} = \frac{(14 - 8) + 4}{2} \cdot 7 = 35\ m^2.$$

Desse modo, como Jorge quer gastar o mínimo com gás, ele deverá instalar duas unidades do tipo A (ambientes II e III) e duas unidades do tipo B (ambientes I e IV).

08. C

Como a área do quadrado menor é 4, seu lado será dois. Assim, a sequência de quadrados com os lados proporcionais à sequência de Fibonacci é: $(2, 2, 4, 6, 10, 16)$ e a sequência das áreas será $(4, 4, 16, 36, 100, 256).$

Portanto, a razão pedida será dada por:

$$\frac{4 + 4 + 16 + 36 + 100 + 256}{4} = \frac{416}{4} = 104$$

09. A

Tem-se que $(ACFG) = \overline{AC}^2 = S_1$ e $(ABHI) = \overline{AB}^2 = S_2.$

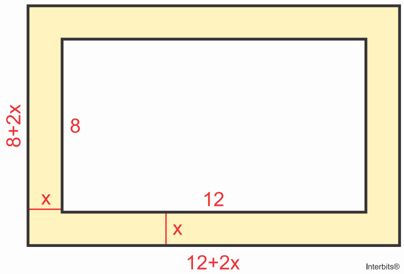
Logo, do triângulo ABC, pelo teorema de Pitágoras, vem $\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = S_1 + S_2.$

Portanto, segue que a área do trapézio BCDE é dada por:

$$\begin{aligned}(BCDE) &= \frac{1}{2} \cdot (\overline{CD} + \overline{BE}) \cdot \overline{BC} \\ &= \frac{1}{2} \cdot (\overline{CX} + \overline{BX}) \cdot \overline{BC} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BC} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \overline{BC}^2 \\ &= \frac{S_1 + S_2}{2}\end{aligned}$$

10. B

Sendo x a largura da calçada, pode-se desenhar:



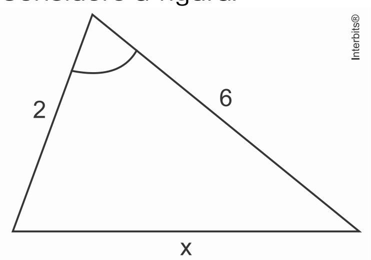
Calculando:

$$S_{calçada} = 69\ m^2 = ((8+2x)\cdot(12+2x)) - 8\cdot 12 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 69 = 96 + 16x + 24x + 4x^2 - 96$$
$$0 = 4x^2 + 40x - 69$$
$$\Delta = 40^2 - 4\cdot 4\cdot(-69) = 2704$$
$$x = \frac{-40 \pm \sqrt{2704}}{2\cdot 4} = \frac{-40 \pm 52}{8} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x' = -11{,}5 \ \text{(não convém)} \\ x'' = 1{,}5\ m \end{cases}$$

AULA 16

01. B

Considere a figura:



Temos:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab\,\text{sen}\alpha \Rightarrow 6 = \frac{1}{2}(2)(6)\text{sen}\alpha \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \text{sen}\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90°$$

Portanto, trata-se de um triângulo retângulo.

Logo, $x^2 = (2)^2 + (6)^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{10}\,cm$.

02. C

A área do triângulo é tal que:

$$\frac{1}{2}\cdot 16\cdot 25\cdot \text{sen}\beta = 100\sqrt{3} \Leftrightarrow \text{sen}\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Portanto, como o triângulo é acutângulo, segue que $\beta = \frac{\pi}{3}$rad.

03. B

$$A = \frac{200.300}{2}$$
$$A = 30\ 000\ km^2$$

04. B

Sejam r e s, respectivamente, a área de cada um dos triângulos congruentes que constituem os triângulos SOL e LUA. É imediato que 9r = 16 s. Portanto, se x é o número que, multiplicado pela medida da área da superfície em amarelo, resulta a medida da área da superfície em azul, então:

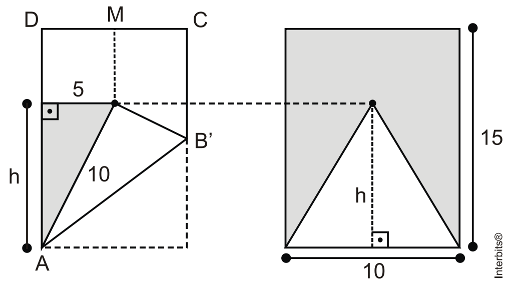
$$6r\cdot x = 10s \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}\cdot\frac{9}{16}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{15}{16}$$

05. B

Os quatro triângulos menores são equiláteros de lado $\frac{1}{2}$m. Portanto, segue que:

$$(DEF) = \frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{16}\,m^2$$

06. B



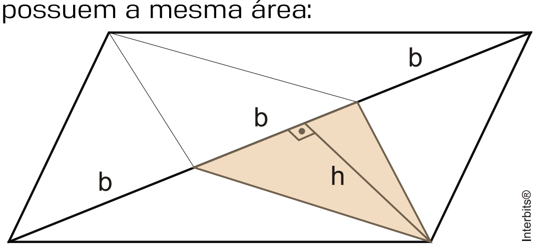
$$h^2 + 5^2 = 10^2$$
$$h^2 = 100 - 25$$
$$h^2 = 75$$
$$h = 5\sqrt{3}cm$$

Portanto, a área da bandeirinha será:

$$A = 10.15 - \frac{10.5\sqrt{3}}{2} = 150 - 25\sqrt{3} = 25(6-\sqrt{3})cm^2$$

07. E

A área destinada à plantação de flores é 1/6 da área do paralelogramo, pois todos os triângulos possuem a mesma área:



$$A = \frac{1}{6}\cdot 15.20$$
$$A = 50m^2$$

08. B

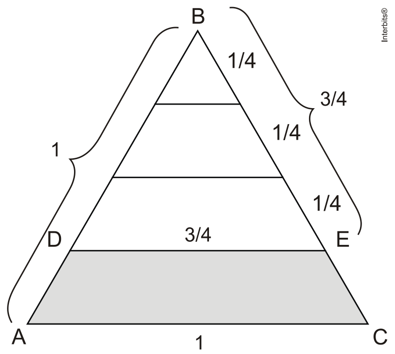
A = área do círculo – área do triângulo

$$A = \pi.\left(\frac{500}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}.400.300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{3.250000}{4} - 60000$$

$$\Rightarrow A = 127500 \text{ m}^2$$

09. C

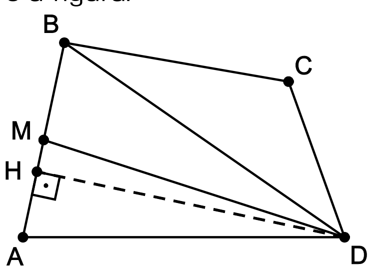


A(ABCD) = A(BAC) – A(BDE)

$$A(ABCD) = \frac{1^2\sqrt{3}}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{9\sqrt{3}}{64} = \frac{7\sqrt{3}}{64}$$

10. A

Considere a figura:



Sabendo que $(ABD) = 2 \cdot (BCD)$, o terreno ficará dividido em três partes iguais se, ao traçarmos DM, obtivermos (BDM) = (ADM). Logo, como DH é a altura relativa ao vértice D dos triângulos BDM e ADM, devemos ter $\overline{BM} = \overline{AM}$ para que (BDM) = = (ADM), ou seja, M deve ser o ponto médio de AB.

AULA 17

01. B

A posição dos cavalos é irrelevante, pois ambos completarão as 10 voltas, iniciando e terminando o percurso no mesmo ponto. Assim, sobre a distância percorrida por cada cavalo do carrossel, pode-se escrever:

$$D_{C_1} = 10 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1 = 10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \Rightarrow D_{C_1} = 240$$

$$D_{C_2} = 10 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_2 = 10 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow D_{C_2} = 180$$

Assim, a diferença das distâncias percorridas entre os dois cavalos será de 60 metros.

02. E

A distância percorrida pelo homem em sua caminhada diária é:

$$15 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cong 4500 \text{ m} = 4{,}5 \text{km}$$

03. A

Na raia 1, o atleta percorreria a menor distância, pois seu comprimento é menor. Os raios das semicircunferências são menores.

04. B

Calculando:

$$\text{área}_{\text{pizza 30cm}} = \pi(15)^2 = 225\pi$$

$$\text{área}_{\text{fatia}} = \frac{225\pi}{8} = 28{,}125\pi$$

$$\text{área}_{\text{10 fatias}} = 28{,}125\pi \cdot 10 = 281{,}25\pi$$

$$281{,}25\pi = \pi R^2 \Rightarrow R^2 = 281{,}25 \Rightarrow R \approx 16{,}50 \text{ cm}$$

05. D

Sendo R o raio das rodas da bicicleta, C o comprimento da circunferência da roda e N o número de voltas dadas na distância percorrida, pode-se calcular:

$$R_A = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm} = 0{,}3 \text{ m}$$

$$C_A = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3 \Rightarrow C_A = 1{,}884 \text{ m}$$

$$N_A = \frac{10.000}{1{,}884} \cong 5307{,}86 \text{ voltas}$$

$$R_B = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm} = 0{,}2 \text{ m}$$

$$C_B = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2 \Rightarrow C_B = 1{,}256 \text{ m}$$

$$N_B = \frac{5.000}{1{,}256} \cong 3980{,}89 \text{ voltas}$$

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{5307{,}86}{3980{,}89} \cong 1{,}33333 \cong \frac{4}{3}$$

06. B

Perímetro do pneu:

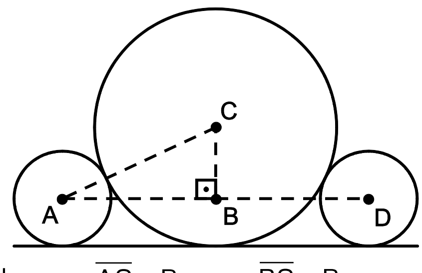
$$2 \cdot \pi \cdot 35\text{cm} = 70 \cdot 3{,}14 = 219{,}8\text{cm}$$

Distância percorrida: 100 m = 10 000 cm

Número de voltas: 10 000 : 219,8 = 45

07. A

Considere a figura:



Sabendo que $\overline{AC} = R + r$ e $\overline{BC} = R - r$, pelo teorema de Pitágoras, vem:

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 &\Leftrightarrow (R+r)^2 = \overline{AB}^2 + (R-r)^2 \\ &\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 4Rr \\ &\Rightarrow \overline{AB} = 2\sqrt{Rr} \end{aligned}$$

Portanto, como $\overline{AD} = 2 \cdot \overline{AB}$, segue que o resultado pedido é $2 \cdot 2\sqrt{Rr} = 4\sqrt{Rr}$.

08. B
20 minutos correspondem a 1/3 da circunferência descrita pelo ponteiro.
Logo, a distância percorrida por sua extremidade será de $\frac{2.\pi.r}{3} = \frac{2.3,1.4,35}{3} = 8,99\text{m}$
Aproximadamente 9 m.

09. A
Como $CB = 2 \cdot AC$, temos que $AB = 3 \cdot AC$; logo, $3AC = 12 \Rightarrow AC = 4$ e $CB = 2AC \Rightarrow CB = 8$.
Assim, a área procurada é dada pela área do semicírculo AB mais a área do semicírculo AC menos a área do semicírculo CB.

$$A = \frac{1}{2}(A_{ab} + A_{ac} - A_{cb})$$
$$A = \frac{1}{2}(\pi r_{ab}{}^2 + \pi r_{ac}{}^2 - \pi r_{cb}{}^2)$$
$$A = \frac{1}{2}(\pi 6^2 + \pi 2^2 - \pi 4^2)$$
$$A = \frac{1}{2}(36\pi + 4\pi - 16\pi) = 12\pi$$

10. B
Se $\overline{PQ}$ é o lado de um hexágono regular de lado 3 cm, então o ângulo $P\hat{O}Q$ é igual a 60º, e o triângulo PQO é equilátero. Logo, os segmentos $\overline{PO}$ e $\overline{QO}$ são iguais ao raio da circunferência e iguais a 3. Assim, pode-se escrever:
$360° - 60° = 300°$ percorridos pela formiga $\rightarrow$
$\rightarrow 5/6$ do comprimento total da circunferência

$$d_{formiga} = \frac{5}{6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R = \frac{5}{6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3 \rightarrow d_{formiga} = 5\pi \text{ cm}$$

AULA 18

01. C
Na figura em questão temos 8 semicircunferências com diâmetros $d_1, d_2, d_3, \ldots, d_8$.
A soma dos comprimentos de todas as semicircunferências será dada por:

$$S = \frac{d_1 \cdot \pi}{2} + \frac{d_2 \cdot \pi}{2} + \frac{d_3 \cdot \pi}{2} + \frac{d_4 \cdot \pi}{2} + \frac{d_5 \cdot \pi}{2} + \frac{d_6 \cdot \pi}{2} +$$
$$+ \frac{d_7 \cdot \pi}{2} + \frac{d_8 \cdot \pi}{2}$$
$$S = \pi \cdot \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7 + d_8}{2}$$
$$S = \pi \cdot \frac{AB}{2}$$
$$S = \frac{\pi \cdot x}{2}$$

02. B
Calculando:
$$S_{central} = \pi r^2$$
$$S_{canteiro} = \pi R^2 - \pi r^2$$
$$S_{central} = S_{canteiro} \Rightarrow \pi r^2 = \pi R^2 - \pi r^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2\pi r^2 = \pi R^2 \Rightarrow 2r^2 = R^2 \Rightarrow R = r\sqrt{2}$$

03. C
Se a baratinha percorreu toda a faixa de Möebius, então isso significa que ela percorreu duas vezes o comprimento da faixa (correspondente aos dois lados desta). Assim, o comprimento da faixa será igual à metade da distância percorrida. Para encontrar o raio da base da superfície cilíndrica obtida com a faixa retangular, basta igualar essa distância ao comprimento do círculo da base, ou seja:
$$\frac{7,2}{2} = 2\pi R \rightarrow R = 0,6 \text{ m}$$

04. C
$$S_{quadrado} = 8,5 \cdot 8,5 \rightarrow S_{quadrado} = 72,25$$
$$S_{hachurada} = S_{quadrado} - S_{setor\ circular}$$
$$S_{hachurada} = 72,25 - \frac{\pi \cdot 8,5^2}{4} \rightarrow S_{hachurada} = 15,53375$$
$$\frac{S_{hachurada}}{S_{quadrado}} = \frac{15,53375}{72,25} = 0,215 \rightarrow \frac{S_{hachurada}}{S_{quadrado}} = 21,5\%$$

05. C
Como a praça possui 30 m de raio, basta calcular o comprimento da praça (C_p) e dividir pelo total de refletores. Dessa maneira:
$$C_p = 2 \cdot \pi \cdot r$$
$$C_p = 2 \cdot (3,15) \cdot 30 = 189 \text{ m}$$
Dividindo por 21, temos: $\frac{189}{21} = 9 \text{ m}$ de distância entre cada dois refletores vizinhos.

06. E
A área procurada será a diferença entre a área total da horta (A_h) e a área dos quatro círculos (A_c). Dessa maneira, temos:
$$A = A_h - A_c$$
$$A = (4 \cdot 1) - (4 \cdot \pi \cdot r^2)$$
$$A = 4 - (4 \cdot 3 \cdot 0,5^2)$$
$$A = 4 - 3$$
$$A = 1 \text{ m}^2$$
Visto que a área da horta é $A_h = 4 \text{ m}^2$, temos que a área não molhada é $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$.

07. E
Sabendo que a parte prateada tem 24 mm de diâmetro e que a moeda tem 27 mm de diâmetro e sabendo que o raio é metade do diâmetro, basta

calcular a área total da moeda menos a parte prateada. Assim, temos:

$$A = \pi r_1^2 - \pi r_2^2 = \left(3{,}1 \times \left(\frac{27}{2}\right)^2\right) - \left(3{,}1 \times \left(\frac{24}{2}\right)^2\right) =$$

$$= 564{,}975 - 456{,}4 = 118{,}575 \text{ mm}^2$$

08. B

Sabe-se que a área destinada ao plantio do capim será o valor da área circular subtraída a área.
Sabe-se, ainda, que, quando um quadrado é inscrito em uma circunferência, a diagonal do quadrado (D) é duas vezes o valor do raio (r) da circunferência. Logo, como a área da circunferência é $A_C = 2 \cdot \pi \cdot r$, temos:

$$A_C = \pi \cdot r^2 \Rightarrow 314 = (3{,}14) \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

Calculando a diagonal:

$$D = 2r = 2 \cdot 10 = 20 \text{ m}$$

Então, para obter a área do quadrado, basta descobrir o valor do lado do quadrado. Sabendo que a diagonal mede 20 m e seja "a" o lado quadrado, sabe-se que a diagonal de um quadrado é descrita como $a\sqrt{2}$. Dessa maneira, igualando a diagonal obtida:

$$20 = a\sqrt{2} \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2} \text{ m}$$

Logo, a área do quadrado será:

$$A_Q = a \times a = 10\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} = 200 \text{ m}^2$$

Como a área de plantio de capim é a subtração entre as áreas circular e do quadrado, temos:
$314 - 200 = 114 \text{ m}^2$ de capim (número inteiro menor que 150).

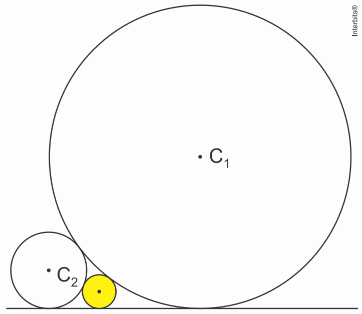
09. C

O perímetro da flor de Mariana é formado por 4 metades de uma circunferência, ou seja:

$$P_{flor} = 4 \cdot \frac{2\pi R}{2} = 4\pi 2 \to P_{flor} = 8\pi$$

10. C

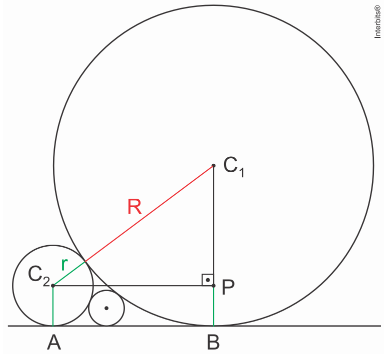
Pelo enunciado, pode-se desenhar as circunferências e a reta como segue:



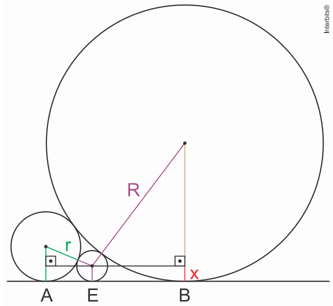
Considerando o raio de C_1 como R = 4 cm, o raio de C_2 como r = 1 cm e o raio de C_3 como x (o qual pretende-se encontrar), podemos deduzir algumas relações, conforme figura a seguir:

$$(R+r)^2 = \left(\overline{AB}\right)^2 + (R-r)^2 \to 5^2 = \left(\overline{AB}\right)^2 + 3^2 \to$$

$$\to \overline{AB} = 4 \text{ cm}$$



Sabendo-se a medida do segmento $\overline{AB}$, pode-se deduzir outras relações, conforme figura a seguir:



Analisando o triângulo retângulo menor da figura:

$$(r+x)^2 = \left(\overline{AE}\right)^2 + (r-x)^2 \to (1+x)^2 = \left(\overline{AE}\right)^2 + (1-x)^2$$

$$1 + 2x + x^2 = \left(\overline{AE}\right)^2 + 1 - 2x + x^2 \to \left(\overline{AE}\right)^2 = 4x$$

Analisando o triângulo retângulo maior da figura:

$$(R+x)^2 = \left(4 - \overline{AE}\right)^2 + (R-x)^2 \to (4+x)^2 =$$

$$= \left(4 - \overline{AE}\right)^2 + (4-x)^2$$

$$16 + 8x + x^2 = 16 - 8 \cdot \left(\overline{AE}\right) + \left(\overline{AE}\right)^2 + 16 - 8x + x^2$$

$$16x = 16 - 8 \cdot \left(\overline{AE}\right) + \left(\overline{AE}\right)^2$$

Sendo que $\left(\overline{AE}\right)^2 = 4x$, então $4 \cdot \left(\overline{AE}\right)^2 = 16x$, logo:

$$4 \cdot \left(\overline{AE}\right)^2 = 16 - 8 \cdot \left(\overline{AE}\right) + \left(\overline{AE}\right)^2 \to$$

$$\to 3 \cdot \left(\overline{AE}\right)^2 + 8 \cdot \left(\overline{AE}\right) - 16 = 0$$

$$\Delta = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-16) = 256$$

$$\overline{AE} = \frac{-8 \pm \sqrt{256}}{2 \cdot 3} \to \overline{AE} = -4 \quad \text{ou} \quad \overline{AE} = 8/6 = 4/3$$

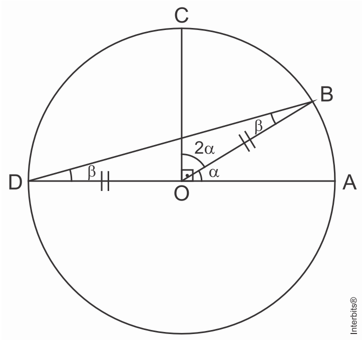
Um comprimento de reta negativo é impossível; logo, a única raiz possível para a equação é $\overline{AE} = 4/3$. Assim, substituindo o valor de $\overline{AE}$ na relação $\left(\overline{AE}\right)^2 = 4x$, obtém-se o valor de x em centímetros, ou seja, o raio da circunferência C_3:

$$\left(\overline{AE}\right)^2 = 4x \to \left(\frac{4}{3}\right)^2 = 4x \to \frac{16}{9} = 4x \to x = \frac{4}{9} \text{ cm}$$

AULA 19

01. B

Do enunciado e da figura, temos:



Se $A\hat{O}B = \alpha, B\hat{O}C = 2\alpha.$

$A\hat{O}C = A\hat{O}B + B\hat{O}C$

Como $A\hat{O}C = 90°, A\hat{O}B = \alpha$ e $B\hat{O}C = 2\alpha$:

$90° = \alpha + 2\alpha$

$90° = 3\alpha$

$\alpha = 30°$

Seja r a medida do raio do círculo.

$OD = OB = r,$ logo o triângulo ODB é isósceles.

Então, se $O\hat{D}B = \beta, D\hat{B}O = \beta.$

Note que $A\hat{O}B$ é ângulo externo do triângulo ODB, portanto $\alpha = 2\beta$.

Como $\alpha = 30°,$ $\beta = 15°.$

Assim, $O\hat{D}B = 15°.$

02. B

O arco de extremos C e B, determinado pelo ângulo x na circunferência, mede 2x. Portanto:

$2x + 160° + 160° = 360°$

$2x = 40°$

$x = 20°$

03. C

Se AC = R, temos o triângulo AFC equilátero. Logo, $\theta = 60°.$

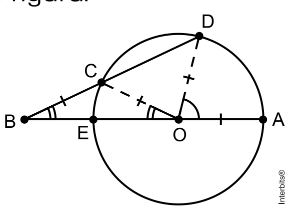
04. E

Se o lado AB refere-se a um polígono regular de 6 lados, então o arco AB mede 60º.
Se o lado CD refere-se a um polígono regular de 10 lados, então o arco CD mede 36º.
A circunferência tem um total de 360º, logo o ângulo pedido será:

$$\alpha = \frac{360 - 60 - 36}{2} \Rightarrow \alpha = 132°$$

05. E

Considere a figura:



Sejam $A\hat{O}D = \alpha$ e $C\hat{O}B = \beta.$

Sabendo que $\overline{BC} = \overline{OA} = \overline{OC},$ vem $O\hat{B}C = \beta.$ Daí, como $\overset{\frown}{AD} = \alpha$ e $\overset{\frown}{CE} = \beta,$ encontramos:

$$\widehat{OBC} = \frac{\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{CE}}{2} \Leftrightarrow \beta = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\beta}{\alpha} = 3$$

06. D

Como x é excêntrico exterior, segue-se:

$$x = \frac{\overset{\frown}{BCP} - \overset{\frown}{AP}}{2}$$

Mas $\overset{\frown}{AP} = 360° - (\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BCP}).$

Portanto, $x = \dfrac{194° - 360° + 100° + 194°}{2} = \dfrac{128°}{2} = 64°.$

07. C

De acordo com a propriedade dos segmentos tangentes, podemos escrever que AE = AF = 20 cm.
Considerando EB = x, temos BD = x e, considerando CD = y, temos FC = y.
Temos, ainda, AB = 20 − x e AC = 10 − y.
O perímetro P do triângulo ABC será dado por:

$P = AB + AC + BC = 20 - x + 20 - y + x + y = 40\text{ cm}$

08. E

O triângulo BOC é equilátero, logo:

$\overline{BO} = \overline{CO} = \overline{BC} = 2$

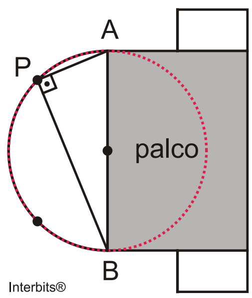
O triângulo ABC é retângulo em B, logo:

$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AB}^2 \rightarrow 4^2 = 2^2 + \overline{AB}^2$

$\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ m

09. E

Para qualquer ponto P, o ângulo $A\hat{P}B$ situado na semicircunferência (mostrada na figura) será reto.



$$A\hat{P}B = \frac{180°}{2} = 90°$$

10. B

Seja S um ponto do menor arco $\overset{\frown}{BE}.$

Como $\overset{\frown}{BPC} = \overset{\frown}{CQD} = \overset{\frown}{DRE} = 2\alpha,$ segue-se que $\overset{\frown}{BSE} = 360° - 6\alpha.$ Portanto, como $E\hat{A}B$ é excêntrico exterior, temos:

$$\widehat{EAB} = \frac{\widehat{BQE - BSE}}{2} \Leftrightarrow 60° = \frac{6\alpha - (360° - 6\alpha)}{2}$$
$$\Leftrightarrow 60° = 6\alpha - 180°$$
$$\Leftrightarrow \alpha = 40°$$

AULA 20

01. B

Desde que $\overline{P_6P_7} = a + 2b + 2a + 3b = 3a + 5b,$ temos:

$$\overline{P_1P_2P_3P_4P_5P_6P_7} = a + b + a + b + a + 2b + 2a + 3b + 3a + 5b =$$
$$= 8a + 12b$$

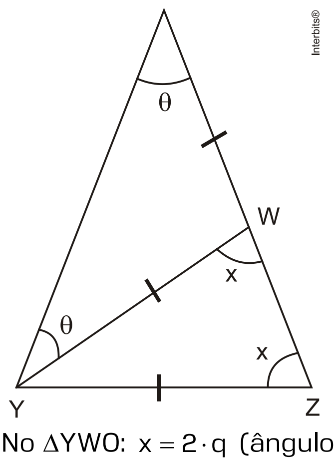
02. B

Considerando que:
A_I = área do retângulo I
A_{II} = área do retângulo II
A_{III} = área do retângulo III

Podemos escrever:

$$\frac{A_I + A_{II}}{A_{III}} = \frac{a \cdot \frac{b}{2} + a \cdot b}{\frac{7a}{4} \cdot b} = \frac{a \cdot b \cdot \left(\frac{1}{2} + 1\right)}{a \cdot b \cdot \frac{7}{4}} =$$
$$= \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{4}} = \frac{6}{7} \approx 0{,}857 \approx 86\%$$

03. C



No ΔYWO: $x = 2 \cdot q$ (ângulo externo)

No $\Delta 0YZ$: $q + 2x = 180° \Rightarrow 5 \cdot q = 180° \Rightarrow q = 36°$

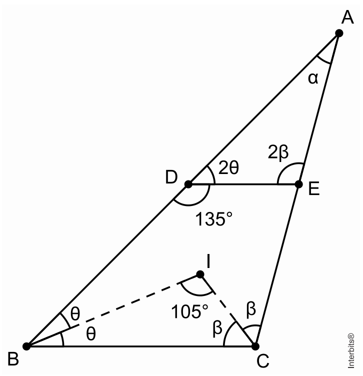
Logo, $\boxed{Y\hat{O}Z : 36°}$.

04. E

Seja ℓ a medida da aresta do tetraedro ABCD.
Desde que os triângulos ABC e ABD são equiláteros, e M é o ponto médio de AB, tem-se que $\overline{CM} = \overline{DM} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$. Daí, sendo $\overline{CD} = \ell$, concluímos que o triângulo MCD é estritamente isósceles.

05. D

Considere a figura, com $\overline{BC} = 10$ u.c.:



Sejam $B\hat{A}C = \alpha,$ $B\hat{C}A = 2\beta$ e $C\hat{B}A = 2\theta.$ Como BC e DE são paralelos, tem-se que $E\hat{D}A = 2\theta$ e $D\hat{E}A = 2\beta.$ Além disso, sendo BI e CI bissetrizes de $C\hat{B}A$ e $B\hat{C}A$, respectivamente, segue que $C\hat{B}I = \theta$ e $B\hat{C}I = \beta.$

Portanto, sabendo que $B\hat{I}C = 105°,$ do triângulo BCI, vem $B\hat{I}C + C\hat{B}I + B\hat{C}I = 180° \Leftrightarrow \theta + \beta = 75°.$

Agora, do triângulo ADE, temos:

$$\widehat{ADE} + \widehat{DEA} + \widehat{DAE} = 180° \Leftrightarrow 2(\theta + \beta) + \alpha = 180°$$
$$\Leftrightarrow \alpha = 30°$$

Finalmente, pela lei dos senos, aplicada ao triângulo ABC, vem:

$$\frac{\overline{AC}}{\mathrm{sen}\,\widehat{CBA}} = \frac{\overline{BC}}{\mathrm{sen}\,\widehat{BAC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AC}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{10}{\frac{1}{2}}$$
$$\Leftrightarrow \overline{AC} = 10\sqrt{2} \text{ u.c.}$$

06. C

Se ABCD é paralelogramo, então $A\hat{B}C \equiv A\hat{D}C = 120°.$ Logo, como $E\hat{D}C$ e $A\hat{D}C$ são suplementares, vem $E\hat{D}C = 60°.$ Por outro lado, sendo $\overline{AB} = \overline{CD},$ do triângulo retângulo EDC, encontramos:

$$\cos E\hat{D}C = \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} \Leftrightarrow \cos 60° = \frac{\overline{DE}}{100} \Leftrightarrow \overline{DE} = 50$$

Em consequência, vem $\overline{AE} = \overline{AD} + \overline{DE} = 130.$

Sabemos que $D\hat{A}C + A\hat{C}D = 60°$ e $\overline{CD} > \overline{AD}.$ Desse modo, $q = D\hat{A}C$ só pode ser maior do que a média aritmética das medidas dos ângulos $D\hat{A}C$ e $A\hat{C}D$, qual seja, $30°$.

07. C

Como cada um dos triângulos laterais que formam o hexágono são triângulos isósceles, pode-se deduzir que, se seu maior ângulo é 120º, então os dois menores ângulos serão iguais a 30º.

Considerando x como sendo a base do triângulo isósceles, pela lei dos senos, tem-se:

$$\frac{x}{\text{sen }120°}=\frac{4}{\text{sen }30°}\rightarrow\frac{x}{\text{sen }2\cdot 60°}=\frac{4}{\text{sen }30°}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{x}{2\cdot\text{sen }60°\cdot\cos 60°}=\frac{4}{\text{sen }30°}$$

$$\frac{x}{2}=8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}\rightarrow x=4\sqrt{3}$$

Assim, a área total do hexágono será igual à soma das áreas dos dois triângulos isósceles e do retângulo, ou seja:

$$S_{total}=2\cdot S_{\triangle}+S_{\square}$$

$$S_{total}=2\cdot\frac{4\cdot 4\sqrt{3}\cdot\text{sen }30°}{2}+9\cdot 4\sqrt{3}=\frac{16\sqrt{3}}{2}+36\sqrt{3}$$

$$S_{total}=44\sqrt{3}\rightarrow S_{total}\simeq 74{,}8\ \text{cm}^2$$

08. A

O ângulo entre as direções das duas rotas é de $60°+15°=75°$. Logo, desde que

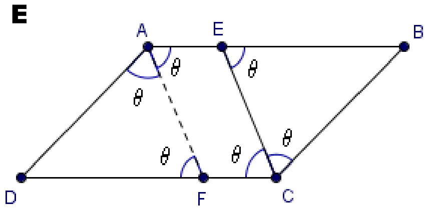
$$\begin{aligned}\cos 75°&=\cos(30°+45°)\\&=\cos 30°\cos 45°-\text{sen}30°\text{sen}45°\\&=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}\cdot(\sqrt{3}-1)\\&\cong\frac{1{,}4}{4}\cdot(1{,}7-1)\cong 0{,}245\end{aligned}$$

Sendo d a distância pedida, pela lei dos cossenos, obtemos:

$$\begin{aligned}d^2&=1^2+1{,}8^2-2\cdot 1\cdot 1{,}8\cdot\cos 75°\\&=1+3{,}24-3{,}6\cdot 0{,}245\\&=3{,}358\end{aligned}$$

Isso implica em $d=\sqrt{3{,}358}\cong 1{,}8\text{km}$.

09. E



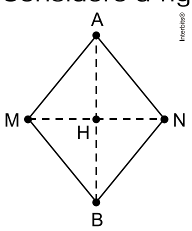
Tracemos AF ∥ EC. AECF é paralelogramo e, portanto, $E\hat{C}F\equiv E\hat{A}F\equiv B\hat{E}C\equiv A\hat{F}D\equiv D\hat{A}F$.

Além disso, $\overline{AD}=\overline{BC}$, o que implica em $\Delta ADF\equiv\Delta BEC$ isósceles com $\overline{AD}=\overline{DF}=\overline{BE}=\overline{BC}=5$.

$2p_{ABCD}=2.(7+5)=24.$

10. B

Considere a figura:



Seja H o ponto de interseção dos segmentos AB e MN.

Como AMN e MBN são triângulos isósceles congruentes, segue que AMBN é losango. Logo, $\overline{AH}=\frac{y}{2}$ e $\overline{HN}=\frac{x}{2}$.

Portanto, aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo AHN, obtemos:

$$\begin{aligned}\overline{AH}^2+\overline{HN}^2=\overline{AN}^2&\Leftrightarrow\left(\frac{y}{2}\right)^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=4^2\\&\Leftrightarrow y^2=64-x^2\\&\Rightarrow y=\sqrt{64-x^2}\ \text{dm}\end{aligned}$$