MATEMÁTICA 1 – Volume 2
RESOLUÇÕES – EXERCITANDO EM CASA

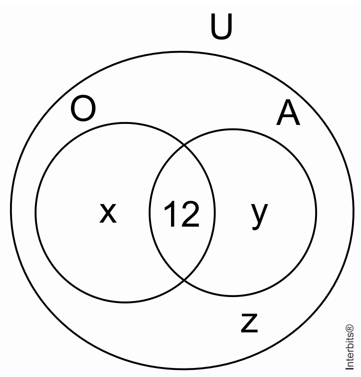
AULA 11

01. C

A única alternativa correta é a [C]. Se cinco pessoas leram o livro A e quatro pessoas distintas leram o livro B, há um total de 9 pessoas, sendo possível que ao menos uma pessoa não tenha lido nenhum dos livros.

02. B

Considere o diagrama, em que O representa o conjunto dos jovens que usam óculos e A representa o conjunto dos jovens que usam aparelho ortodôntico.



Se metade dos que usam óculos de grau não usa aparelho ortodôntico, então metade dos que usam óculos de grau usa aparelho ortodôntico. Logo, temos

$\frac{x+12}{2} = 12 \Leftrightarrow x = 12.$

Ademais, se 70% dos que usam aparelho ortodôntico não usam óculos de grau, então 100% – 70% = 30% dos que usam aparelho ortodôntico usam óculos de grau. Assim, vem

$\frac{3}{10}(y+12) = 12 \Leftrightarrow y = 28.$

Portanto, o número de jovens que não usam óculos de grau e nem aparelho ortodôntico, z, é tal que

$x + y + z + 12 = 100 \Leftrightarrow z = 88 - 40 \Leftrightarrow z = 48.$

03. A

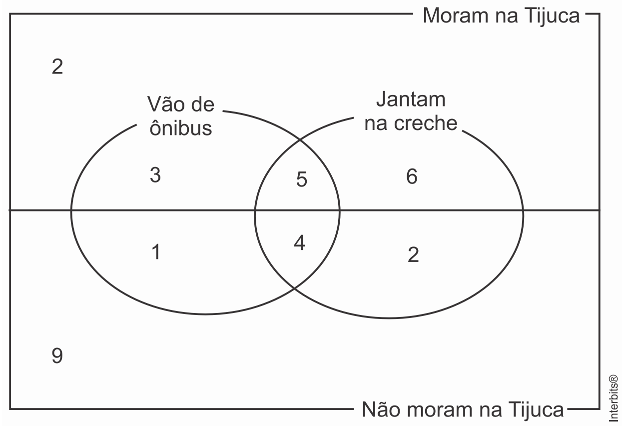
Para os elementos 1 e 2 temos apenas 1 possibilidade, ou seja, participam do subconjuntos e para cada um dos elementos 3 e 4 temos duas possibilidades, ou seja, participar ou não participar do subconjunto.

Portanto, a quantidade de subconjuntos pedida será dada por:

$1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$

04. C

Utilizando as informações contidas no problema, podemos construir o seguinte diagrama.



Logo, o número de crianças que jantam na creche será dado por:

5 + 6 + 4 + 2 = 17.

05. E

Tem-se que $\#(A) = \frac{300}{2} = 150$ e $\#(B) = \frac{300}{3} = 100.$

Além disso, a quantidade de homens que pertencem aos grupos A e B é igual a $\#(A \cap B) = \frac{300}{6} = 50.$ Desse modo, o número de homens que pertencem ao grupo C é dado por

$$\begin{aligned} 300 - \#(A \cup B) &= 300 - (\#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)) \\ &= 300 - 150 - 100 + 50 \\ &= 100. \end{aligned}$$

O número de homens que pertencem apenas ao grupo A é igual a

$\#(A) - \#(A \cap B) = 150 - 50 = 100,$

enquanto que o número de homens que pertencem apenas ao grupo B é

$\#(B) - \#(A \cap B) = 100 - 50 = 50.$

Portanto, sabendo que os homens do grupo C e os homens que pertencem simultaneamente aos grupos A e B falam o mesmo idioma, segue que a resposta é

100 + 50 + 1 = 151.

06. D

Os países que integram exatamente 3 das organizações são: Peru, Equador, Colômbia, Venezuela, Paraguai, Argentina e Uruguai. Portanto, a resposta é 7.

07. C

Se (r, n) denota o palpite correto sobre o resultado do jogo do time n, segue que

$(r, n) \in \{(d, 1), (d, 2), (v, 3), (d, 4), (v, 5)\}.$

Desse modo, $N_A = N_B = 4$ e $N_C = 3$. Portanto, $N_A = N_B > N_C$.

08. E

Sejam M e R respectivamente, o conjunto dos maratonistas e o conjunto das pessoas que gostam de correr na rua. Logo, se todo maratonista gosta de correr na rua, então $M \subset R$.

Por outro lado, se P é o conjunto dos maratonistas que são pouco disciplinados, então $M \cap P \neq \varnothing$ e, portanto, existe algum maratonista que gosta de correr na rua e é pouco disciplinado.

09. B

Analisando os itens:

[A] Sabemos que números legais são espertos e que números espertos são simpáticos, mas números simpáticos não necessariamente são espertos.

[B] Correto. Como existe pelo menos um número elegante que é simpático e todos os números simpáticos são espertos, logo, existe pelo menos um número elegante que é esperto, como nenhum elegante é legal, então existe pelo menos um número esperto que não é legal.

[C] Não há informações suficientes para que a afirmação seja verdadeira.

[D] Os únicos números que são elegantes e espertos (com as informações dadas) são os elegantes que são simpáticos. Isso contradiz o item.

[E] Nós sabemos que números legais e simpáticos são espertos, mas a volta não necessariamente é verdadeira.

10. C

Se 103 pessoas não assistem ao programa C e o grupo possui 142 pessoas, então 142 – 103 = 39 pessoas assistem ao programa C.

AULA 12

01. A

Calculando:

$B = 4A$

$\text{Total aplicado} = A + B = A + 4B = 5A$

$A_{\text{final}} = 0{,}98A$

$B_{\text{final}} = 1{,}15B = 1{,}15 \cdot 4A = 4{,}6A$

$\text{Total}_{\text{final}} = A_{\text{final}} + B_{\text{final}} = 0{,}98A + 4{,}6A = 5{,}58A$

$$\text{taxa} = \left(\frac{5{,}58A}{5A} - 1\right) \cdot 100\% = 11{,}6\%$$

02. E

Considere a tabela que representa a variação da taxa de desemprego:

2014	2015
6,8%	8,5%

Tome t como a variação da taxa entre os anos de 2014 e 2015. Logo, basta achar a diferença de variação entre os dois últimos anos:

$6{,}8\% + t\% = 8{,}5\%$

$$\frac{6{,}8}{100} + \frac{t}{100} = \frac{8{,}5}{100} \Rightarrow \frac{t}{100} = \frac{8{,}5}{100} + \frac{6{,}8}{100}$$

$$t = \frac{1{,}7}{100} = 1{,}7\%$$

03. E

O resultado pedido é dado por

$$\frac{0{,}445 \cdot 101{,}8 \cdot 10^6 \cdot 1202}{101{,}8 \cdot 10^5} - \frac{0{,}011 \cdot 101{,}8 \cdot 10^6 \cdot 1202}{101{,}8 \cdot 10^5} =$$

$= \text{R\$ } 5.216{,}68.$

04. B

Seja V o volume de esgoto gerado, em bilhões de litros. Como 100% – 36% = 64% de V são lançados todos os dias nas águas, sem tratamento, temos $0{,}64 \cdot V = 8 \Leftrightarrow V = 12{,}5$.

Portanto, a taxa percentual pedida é dada por

$$\frac{12{,}5 - 4}{12{,}5} \cdot 100\% = 68\%.$$

05. E

Como o cliente não possui o cartão fidelidade, o valor pago é igual a $0{,}8 \cdot 50 = \text{R\$ } 40{,}00$. Por outro lado, se o cliente possuísse o cartão fidelidade, a economia adicional seria de $0{,}1 \cdot 40 = \text{R\$ } 4{,}00$.

06. D

Ganho na poupança:

$$\frac{0{,}560}{100} \cdot 500 = 2{,}80$$

Ganho no CDB:

$$\frac{0{,}876}{100} \cdot 500 - \frac{4}{100} \cdot \frac{0{,}876}{100} \cdot 500 \simeq 4{,}21$$

Portanto, resposta [D].

07. C

Em 2006, produção do Brasil = 43% de 40 = 17,2 bilhões de litros.

Produção dos EUA = 45% de 40 = 18 bilhões de litros.

Em 2009, os EUA produzirá 9 bilhões de litros (metade da produção de 2006). O Brasil terá que produzir 9 bilhões de Litros a mais.

Em porcentagem, temos $\frac{9}{17{,}2} = 52{,}3\%$

08. B

$$0{,}18 \cdot (0{,}45 + 0{,}16) \cdot 61 = 0{,}126 \cdot 16 = 7{,}686 \cong 7{,}6.$$

09. B

Com os dados do enunciado, pode-se escrever:

Total de entrevistados que andam de bicicleta: 75%

Total que anda ao menos 3 vezes por semana:
26 + 12 + 10 + 7 + 15 = 70%
Total de entrevistados que andam de bicicleta ao menos 3 vezes por semana:
$0,7 \cdot 0,75 = 0,525 = 52,50\%$

10. B
O resultado é dado por
$(1,2 \cdot 0,5 + 1,3 \cdot 0,3 + 1,1 \cdot 0,2) \cdot 150000 =$
$=$ R$ 181.500,00.

AULA 13

01. C
Desde que $1000 = 6 \cdot 166 + 4$ podemos concluir que o milésimo cliente receberá de brinde um refrigerante.

02. A
A duração de cada ciclo é igual a 1765 – 1755 + 1 = 11 anos. Como de 1755 a 2101 se passaram 2101 – 1755 + 1 = 347 anos e $347 = 11 \cdot 31 + 6$, segue-se que em 2101 o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número 32.

03. D
O número 180 pode ser decomposto da seguinte forma.
$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 1$$
$$180 = (2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 3) \cdot 2 \cdot 1$$

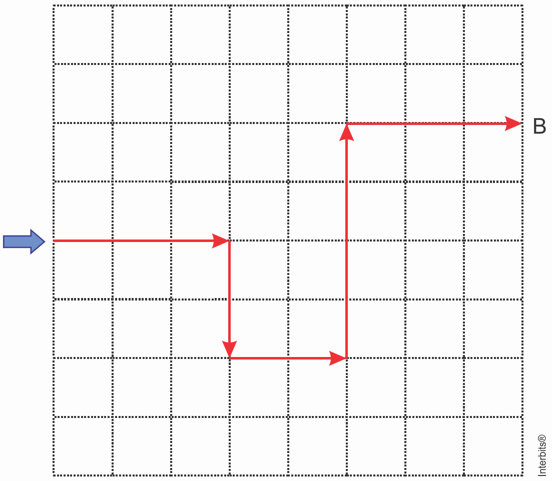
Portanto, as maiores idades, considerando as condições apresentadas no problema, são:
10, 9, 2 e 1, ou seja, a maior soma para estas 4 idades é 22.

04. D
Retirando o tonel de nata a soma das capacidades dos tonéis restantes deverá ser múltipla de três, já que há duas vezes mais leite do que chocolate.
A soma das capacidades de todos os tonéis é 119 L.
Se retirarmos o tonel de 15 litros, restarão 104 L (não é múltiplo de 3).
Se retirarmos o tonel de 16 litros, restarão 103 L (não é múltiplo de 3).
Se retirarmos o tonel de 18 litros, restarão 101 L (não é múltiplo de 3).
Se retirarmos o tonel de 19 litros, restarão 100 L (não é múltiplo de 3).
Se retirarmos o tonel de 20 litros, restarão 99 L (é múltiplo de 3).
Se retirarmos o tonel de 31 litros, restarão 88 L (não é múltiplo de 3).
Portanto, o tonel com a nata é o tonel de 20 L.

05. B
Na primeira linha se encontra todos os números que quando divididos por 4 deixam resto zero e apresentam um quociente par. Sabendo que $2016 = 504 \cdot 16$, podemos concluir que 2016 encontra-se na primeira linha, portanto 2017 encontra-se na segunda linha.

06. B
Vamos estabelecer em que ano o dia primeiro de maio (dia do trabalho) voltará a ser sexta feira.
2015: 1 de maio é uma sexta-feira.
2016: 1 de maio é um domingo, pois 2016 é um ano bissexto.
2017: 1 de maio é uma segunda-feira.
2018: 1 de maio é uma terça-feira.
2019: 1 de maio é uma quarta-feira.
2020: 1 de maio é um sexta-feira, pois 2020 é um ano bissexto.

07. B
19 é um número primo e o resto da divisão de 19 por 5 é 4.
Seguindo as orientações propostas, temos o seguinte trajeto:



Portanto, o vértice final será o ponto B.

08. A
O próximo ano múltiplo de 100 após o ano de 1900 é o ano 2000. Porém, 2000 é múltiplo de 400, (2000 ÷ 400 = 5). Assim, o próximo ano múltiplo de 100 é o ano 2100. Este, além de múltiplo de 100, não é múltiplo de 400, configurando um caso especial. Logo, a soma dos algarismos do próximo ano que será um caso especial é 2 + 1 + 0 + 0 = 3.

09. E
Podemos considerar 3 sequências para as 6 faces do dado.
Sequência 1: (18, 21, 24, 27, 30, 33)
Não poderá ser, pois neste caso 24 e 27 devem ser faces opostas.
Sequência 2: (15, 18, 21, 24, 27, 30)
Não poderá ser, pois neste caso 18 e 27 devem ser faces opostas.
Portanto, a única sequência possível é:
Sequência 3: (12, 15, 18, 21, 24, 27)
Logo, a soma das três faces ocultas será:
12 + 15 + 21 = 48.

10. E
Tem-se que o número da primeira figurinha da última página é 875 − 25 + 1 = 851. Logo, a figurinha especial de maior número que inicia uma página é o maior múltiplo de 7 dentre: 851, 826, 801, ... Daí, como 826 = 118 · 7, podemos afirmar que a resposta é 34.

AULA 14

01. B
Transformando os tempos dados para minutos e calculando-se o mínimo múltiplo comum entre eles, tem-se:

$$\left.\begin{array}{l} 45\ s = 0{,}75\ min \\ 60\ s = 1\ min \\ 27\ s = 0{,}45 min \end{array}\right\rangle \Rightarrow MMC(0{,}75;\ 1;\ 0{,}45) = 9$$

Assim, a cada 9 minutos as lâmpadas vermelhas estarão acesas (pois todas as outras estarão acesas ao mesmo tempo). Lembrando que para encontrar o MMC deve-se fatorar os números (dividir sucessivamente por números primos em ordem crescente). Ou seja:

$$\left.\begin{array}{ccc|c} 0{,}75 & 1 & 0{,}45 & 2 \\ 0{,}75 & 0{,}50 & 0{,}45 & 2 \\ 0{,}75 & 0{,}25 & 0{,}45 & 3 \\ 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}15 & 3 \\ 0{,}25 & 0{,}25 & 0{,}05 & 5 \\ 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}01 & 5 \\ 0{,}01 & 0{,}01 & 0{,}01 & \end{array}\right\} 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 900 \Rightarrow \frac{900}{100} = 9$$

02. C
Passadas 24 horas até o dia 03/10, concluímos que os medicamentos tomados pelas medidas são aqueles cujos intervalos para o uso são divisores de 48, ou seja, o medicamento B (6 é divisor de 48) e o medicamento C (8 é divisor de 48).

03. A
Tempo para a colheita da variedade V_1: 5 + 3 + 1 = 9 semanas.
Tempo para a colheita da variedade V_2: 3 + 2 + 1 = 6 semanas.
Tempo para a colheita da variedade V_3: 2 + 1 + 1 = 4 semanas.
O número mínimo de semanas necessárias para que a colheita das três variedades ocorra simultaneamente, será:
MMC(9, 6, 4) = 36 semanas.

04. B
Elas emergirão juntas depois de M anos, onde M é o mínimo múltiplo comum entre 13 e 17.
M = 13 · 17 = 221.
Portanto, estas espécies emergirão juntas novamente no ano de 2016 + 221 = 2237.

05. D

$$\left.\begin{array}{l} 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ 20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \end{array}\right\rangle MMC = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120 min = 2h\ depois$$

Portanto, os ônibus chegarão novamente nesse mesmo ponto às 8 horas.

06. B
Basta calcular o MMC (30, 45, 60) = 180, ou seja, seis meses.
Após o início das competições, o primeiro mês em que os jogos das três modalidades voltarão a coincidir é setembro.

07. E
Para que as condições sejam satisfeitas, as dimensões da caçamba devem ser múltiplos de mmc(25, 10, 4) = 100 cm, mmc(20, 25, 50) = 100 cm e mmc(10, 20, 25) = 100 cm. Logo, a única caçamba cujas dimensões são múltiplos de 100 cm é a de número V.

08. E
O MMC (30, 40, 50) = 600, portanto o prêmio em dinheiro será da forma 600K + 25, com $k \in N$.
De acordo com o problema, temos:
2000 < 600k + 25 < 2500
1975 < 600k < 2475
3,29 < k < 4,125. Portanto, k = 4.
Logo, o valor do prêmio será 4.600 + 25 = R$ 2425,00.

09. C
A área de um ladrilho retangular de 30 cm por 40 cm é 30 · 40 = 1200 cm², enquanto a área e um ladrilho quadrado de 50 cm de lado é $50^2 = 2500$ cm².
Portanto, a menor área que pode ter essa parede, sem que haja espaço ou superposição entre os ladrilhos, é dada por mmc(1200, 2500) = 30.000 cm² = 3,0 m².

10. B
Como a sirene e o sino tocam juntos de 13 − 8 = 18 − 13 = 5 em 5 horas, segue que:
mmc(60, x) = 300 minutos.
Queremos calcular o menor valor de x tal que x > 60 e mmc(60, x) = 300. Como os divisores de 300 maiores do que 60 são 75, 150 e 300, temos que x = 75.

AULA 15

01. C

Sendo $162 = 2 \cdot 3^4$ e $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$, temos $mdc(162, 90) = 2 \cdot 3^2 = 18$. Desse modo, o resultado pedido é dado por

$$\frac{162+90}{18} = \frac{252}{18} = 14.$$

02. D

Para visitar o menor número de hospitais, devemos ter o máximo de pessoas em cada grupo. O máximo divisor comum entre 216 e 180 é 36. Logo, serão formados 6 grupos de mulheres (216 ÷ 36 = 6), e 5 grupos de homens (180 ÷ 36 = 5). Se cada grupo visitará um hospital distinto, serão visitados 11 hospitais (6 + 5).

03. C

O ferreiro possui barras de ferro de comprimentos 120 cm e 180 cm. Para que estas sejam serradas em comprimentos iguais de maior medida possível, é preciso identificar o maior divisor comum entre 120 e 180, que será igual a 60. Dividindo cada uma das barras em barras menores de 60 cm, teremos um total de 5 barras.

04. B

Fatorando as quantidades de goiabas, laranjas e maçãs, tem-se:

$$\left.\begin{array}{l} 576 = 2^6 \cdot 3^2 \\ 432 = 2^4 \cdot 3^3 \\ 504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \end{array}\right\} MDC(432,504,576) = 2^3 \cdot 3^2 =$$

= 72 famílias

Assim, cada família receberá:

$576 \div 72 = 8$ goiabas

$432 \div 72 = 6$ laranjas

$504 \div 72 = 7$ maçãs

Somando as frutas que cada família receberá tem-se o número 21, que é múltiplo de 7.

05. C

Calculando o MDC(144, 96, 192, 240) obtemos 48. Logo,

$\frac{144}{48} = 3$ pacotes de feijão por cesta.

06. C

Os números pedidos podem ser escritos na forma 18x e 18y com y sendo múltiplo de x. Nestas condições temos a seguinte equação:

$$18x + 18y = 288(\div 18) \Rightarrow x + y = 16.$$

As soluções para esta equação com y > x, são:

(1, 15), (2, 14), (3, 13), (4, 12), (5, 11), (6, 10) e (7, 9).

Destas soluções as únicas que possui y sendo múltiplo de x são (1, 15) e (4, 12).

Temos então duas possibilidades.

Considerando a solução (1, 15), temos:

18x = 18 e 18y = 270, com x − y = 270 − 18 = 252.

Para a solução (4, 12), temos:

18x = 72 e 18y = 261 com x − y = 216 − 72 = 144.

Portanto, a alternativa correta é a [C].

07. B

O número de documentos em cada pasta é dado por mdc(42, 30, 18) = 6. Por conseguinte, a resposta é $\frac{42}{6} + \frac{30}{6} + \frac{18}{6} = 15.$

08. A

O resultado pedido corresponde ao máximo divisor comum dos números 120, 180 e 252, ou seja,

$$\begin{aligned} mdc(120, 180, 252) &= mdc(2^3 \cdot 3 \cdot 5, 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5, 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7) \\ &= 2^2 \cdot 3 \\ &= 12. \end{aligned}$$

09. A

Como a parede mede 880 cm por 550 cm, e queremos saber qual o número mínimo de quadrados que se pode colocar na parede, devemos encontrar a medida do quadrado de maior lado que cumpre as condições do enunciado. Tal medida é dada por mdc(880, 550) = 110 cm. Portanto, o resultado pedido é

$$\frac{880}{110} \cdot \frac{550}{110} = 8 \cdot 5 = 40.$$

10. B

Como queremos encontrar a menor quantidade de peças, elas devem ter o maior lado possível, fazendo o MDC de 336 cm e 400 cm, temos:

MDC (336, 400) = 16 cm

Portanto, cabem $\frac{336}{16} = 21$ peças no lado de 336 cm e $\frac{400}{16} = 25$ peças do lado de 400 cm, ao todo, no piso cabem 21 . 25 = 525 peças.

AULA 16

01. B

Se apenas 75% das pessoas que assistiam àquele jogo no estádio pagaram ingresso, então o público não pagante foi de 25%.

Logo, a razão entre o público não pagante e o público pagante naquele jogo foi de $\frac{25}{75} = \frac{1}{3}.$

02. A

A razão pedida é dada por $\frac{17}{7 \cdot 10} = \frac{17}{70}.$

03. C
Cotação da libra em reais: 1,1 euros = 1,1 · 2,4 = 2,64 reais.
Cotação da libra em dólares:
$\frac{2{,}64 \text{ reais}}{1{,}6 \text{ reais}} = 1{,}65$ dólares.

04. C
Como $1\text{min } 24 \text{ s} = 84 \text{ s} = \frac{84}{3600} \text{ h} = \frac{7}{300} \text{ h}$, segue-se que a velocidade média máxima permitida é $\frac{2{,}1}{\frac{7}{300}} = 90 \text{km/h}$.

05. A
Tem-se que $m_A = \frac{3}{2}m_B$ e $m_B = \frac{3}{4}m_C$, implicam em $m_A = \frac{9}{8}m_C$. Ademais, sabemos que $V_A = V_B$ e $V_A = \frac{6}{5}V_C$.

Em consequência, vem $d_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{\frac{9}{8}m_C}{\frac{6}{5}V_C} = \frac{15}{16}d_C$ e

$d_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{\frac{3}{4}m_C}{\frac{6}{5}V_C} = \frac{15}{24}d_C$.

Portanto, é imediato que $d_B < d_A < d_C$.

06. B
Calculando:

$$\text{crescimento anual} = \frac{48-27}{2011-2007} = \frac{21}{4} = 5{,}25\% \text{ ao ano}$$

$$P_{2013} = 48\% + (5{,}25\% \cdot (2013-2011)) \Rightarrow P_{2013} = 58{,}5\%$$

07. E

$$\frac{8\text{cm}}{2000\text{km}} = \frac{8\text{cm}}{200\,0000\,000 \text{ cm}} = \frac{1}{25\,000\,000}$$

08. D
A região disponível para reproduzir a gravura corresponde a um retângulo de dimensões 42 − 2 · 3 = 36 cm e 30 − 2 · 3 = 24 cm. Daí, como $\frac{24}{600} = \frac{1}{25}$ e $\frac{36}{800} > \frac{32}{800} = \frac{1}{25}$, segue-se que a escala pedida é 1 : 25.

09. C
Calculando a relação custo-benefício, temos:
LED: 130 : 40 = 3,25.
Halógena: 10 : 4 = 2,5.
Fluorescente: 6 : 8 = 0,75.
Incandescente: 3 : 1 = 3.
Fluorescente compacta: 13 : 6 = 2,17.
Portanto, a lâmpada com o menor custo-benefício é a fluorescente.

10. D
O desempenho da cada jogador corresponde à razão entre o número de vezes que todos os pinos foram derrubados e o número de jogadas. Assim, temos $\frac{50}{85} \cong 0{,}59$; $\frac{40}{65} \cong 0{,}62$; $\frac{20}{65} \cong 0{,}31$; $\frac{30}{40} \cong 0{,}75$ e $\frac{48}{90} \cong 0{,}53$.
Portanto, o jogador [IV] foi o que apresentou o melhor desempenho.

AULA17

01. D
Seja **m** a massa de açúcar, em gramas, que cabe em uma xícara. Logo, temos
$3m = 4 \cdot 120 \Leftrightarrow m = 160$ g.

02. D

$$\frac{4{,}8 \text{ kW}}{\text{h}} = \frac{4{,}8 \text{ kW}}{60 \text{ min}} = \frac{0{,}08 \text{ kw}}{\text{min}}$$

Em um dia: 0,8 kW · 2 = 1,6 kW.

Em 7 dias: 7 · 1,6 = 11,2 kW.

03. D
$\frac{8}{32} = \frac{x}{28} \Leftrightarrow x = 7$
Número de homens internados será
28000 + 7000 = 35000.

04. E
Carne ———— 30 . 250 g = 7500 g = 7,5 kg;
Arroz ———— 30: 4 = 7,5 copos;
Farofa ———— 4 . 30 = 120 colheres de sopa;
Vinho ———— 30: 6 = 5 garrafas;
Cerveja ———— 30: 2 = 15 garrafas;
Espumante ———— 30: 3 = 10 garrafas.
Portanto, a resposta [E] é a correta.

05. E
A área do terreno quadrado de lado 500 m é igual a 500^2 = 250.000 m^2. Logo, segue que inicialmente estão presentes 250.000 · 4 = 1.000.000 de pessoas. Ademais, em 16 − 10 = 6 horas, chegarão mais 120.000 · 6 = 720.000 pessoas.

Portanto, a resposta é $\frac{1.720.000}{2.000} = 860$.

06. E
A alternativa correta é a [E], pois 10,5 : 6,5 é aproximadamente 1,618.
Analisando todas as opções, temos:
Considerando que a proporção seja $\frac{M_1}{M_3} = \frac{M_3}{M_2} \Leftrightarrow (M_3)^2 = M_1 \times M_2$, temos a seguinte tabela:

Candidatas	$M_1 \cdot M_2$	$(M_3)^2$
I	60,5	49
II	47,25	42,25
III	40,25	42,25
IV	40	42,25
V	42	42,25

Portanto, a candidata cujas medidas estão mais próximas da proporção áurea é a de número V.

07. A

Sejam ℓ_C e ℓ_f, respectivamente o comprimento da marca no chão e o comprimento da marca na foto. Desse modo, temos

$$\frac{\ell_C}{\ell_f} = \frac{15}{3} \Leftrightarrow \ell_C = 5\ell_f,$$

ou seja, a marca no chão é 5 vezes maior do que a marca na imagem revelada.

08. B

Quantidade de tinta B que será usada no cabelo da mãe de Luíza: $\frac{3 \cdot 60}{4} = 45g$

Quantidade de tinta B que será usada no cabelo de Luíza: $\frac{120}{4} = 30g$

Quantidade total de tinta B: 45 + 30 = 75g.

09. A

x é massa corporal do menino (filho)

$$x = 30 \cdot \frac{2}{5} = 12 \text{ kg}$$

10. B

Observando que não é possível utilizar toda a tinta branca, de modo que a proporção dada seja satisfeita, segue-se que serão utilizados $\frac{35}{5} \cdot 3 = 21$ litros de tinta branca. Portanto, sobrarão 30 – 21 = 9 litros de tinta branca.

AULA 18

01. D

Sejam L' e C', respectivamente, a largura e o comprimento reais da pegada. Tem-se que

$$\frac{2,2}{L'} = \frac{3,4}{C'} = \frac{1,4}{16,8} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} L' = 26,4cm \\ C' = 40,8cm \end{array} \right..$$

02. C

Sendo V o valor cobrado na conta de energia elétrica, P a potência do aparelho e t o tempo que este permanece ligado, pode-se escrever, de acordo com o enunciado:

$$V = P \cdot t$$
$$V_{TV} = 100 \cdot 60 = 6000$$
$$V_{chuv} = 3600 \cdot 5 = 18000$$
$$\frac{V_{chuv}}{V_{TV}} = \frac{18000}{6000} = \frac{3}{1} \Rightarrow 3:1$$

03. B

Sejam v e d, respectivamente o número de vacas e a duração, em dias, da ração. Tem-se que $d = k \cdot \frac{1}{v}$, com k sendo a constante de proporcionalidade.

Desse modo, após 14 dias, vem

$$48 = k \cdot \frac{1}{16} \Leftrightarrow k = 48 \cdot 16.$$

Se ele vende 4 vacas, então a duração, d', em dias, da ração será tal que

$$d' = 48 \cdot 16 \cdot \frac{1}{12} = 64.$$

Em consequência, a resposta é 14 + 64 = 78 dias.

04. A

Se a idade da pessoa, em dias terrestres, é igual a 45•365, então sua idade em Vênus é $\frac{45 \cdot 365}{225} = 73$ anos.

05. E

Sejam as grandezas:
n: número de operários
t: tempo de realização de uma determinada instalação elétrica
As grandezas n e t são inversamente proporcionais, ou seja, $n \cdot t$ = "constante".
Assim,
$n_1 \cdot t_1 = n_2 \cdot t_2$, onde $n_1 = 12$, $n_2 = 14$ e $t_1 = 21$.
Então,
$12 \cdot 21 = 14 \cdot t_2$
$t_2 = 18$ horas

06. D

Se em doze minutos aumentou-se 48 m^3 pois, 208 – 160 = 48. Desta maneira, sabe-se que o açude aumentou 4 m^3 por minuto, pois: $\frac{48}{12} = 4$

Logo, multiplicando todo o tempo de chuva pelo aumento constante, temos: 42 x 4 = 168 m^3
Subtraindo do total, temos: 208 – 168 = 40.

07. A

De acordo com a tabela, observa-se que 350 ml de refrigerante possui 37 g de açúcares, logo, para analisarmos quantas gramas de açúcares estão presentes em um litro (1000 ml) utilizamos a seguinte proporção:

$\frac{350}{37} = \frac{1000}{x}$, onde x representa a quantidade de gramas em um litro de refrigerante.
Resolvendo a equação:

$$350 \cdot x = 1000 \cdot 37 \Rightarrow x = \frac{37000}{350}$$

$x \approx 105{,}7$ g.

08. C
Considerando a proporção descrita e seja x o número de dias procurados, temos:

$$\frac{800\text{ Kg}}{25\text{ dias}} = \frac{640\text{ Kg}}{x\text{ dias}} \Rightarrow \frac{800}{25} = \frac{640}{x}$$

$$x = \frac{640 \cdot 25}{800} = 20\text{ dias.}$$

09. B
Calculando as áreas de cada uma das pizzas, tem-se:
Pizza broto inteira $\rightarrow \pi \cdot 15^2 = 225\pi$
Pizza gigante inteira $\rightarrow \pi \cdot 20^2 = 400\pi$
Utilizando a regra de três, pode-se escrever:
$225\pi \rightarrow 27$
$400\pi \rightarrow x$
$x = 48$ reais
Como a pizza gigante possui 10 pedaços, cada um sairá por R$ 4,80.

10. B
Quantidade de latinhas e o valor recebido por elas são grandezas diretamente proporcionais, o que nos permite escrever que:

$$\frac{75}{4{,}50} = \frac{x}{27}$$

Portanto, $x = 450$.

AULA 19

01. D
Resolvendo uma regra de três composta, temos:

Agricultores	Tempo (horas)	Área (m²)
12 ↑	4 ↓	800 ↓
6	x	600

Interbits®

$$\frac{4}{x} = \frac{800}{600} \cdot \frac{6}{12} \Rightarrow 48x = 288 \Rightarrow x = 6\text{ h}$$

02. D
Para obter quando dias levariam para a produção, basta aplicar a regra de três composta. Considere a tabela:

$$\begin{vmatrix} 10d & 18\text{ op} & 8h \\ x & 12\text{ op} & 6h \end{vmatrix}$$

Sabendo que o número de operários e as horas de trabalho são inversamente proporcionais ao número de dias de trabalho, temos:

$$\frac{10}{x} = \frac{12}{18} \cdot \frac{6}{8} \Rightarrow x = \frac{1440}{72} = 20\text{ dias.}$$

03. B
Observe a tabela com os dados:

Equipamentos	Horas	Dias	Produção
4	8	5	4
5	6	X	3

Note que:
1) O número de equipamentos é inversamente proporcional ao número de dias, pois, quanto maior o número de equipamentos na produção, menor o número de dias para realizar a produção;
2) O número de horas é inversamente proporcional ao número de dias, pois, quanto maior o número de dias a ser utilizado na produção, pode-se diminuir o número de horas de produção por dias;
3) A quantidade de toneladas do produto produzido é diretamente proporcional ao número de dias, ou seja, quanto mais dias operando, maior a produção.

Logo, aplicando a regra de três composta:

$$\frac{5}{X} = \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{120}{96}$$

$120x = 480 \Rightarrow x = 4$ toneladas.

04. E
Utilizando uma regra de três composta, temos:

Escoteiros	Dias	Açúcar (kg)
50 ↑	28 ↑	x ↑
10	7	3,5

Interbits®

$$\frac{x}{3{,}5} = \frac{50}{10} \cdot \frac{28}{7} \Rightarrow x = \frac{3{,}5 \cdot 50 \cdot 28}{70} \Rightarrow x = 70\text{ kg}$$

05. E
Considere a seguinte tabela:

Técnicos	Horas	Dias
3	8h	5
x	10h	2

Note que o número de técnicos são inversamente proporcionais as horas de trabalhos e aos dias de trabalho, pois quanto mais funcionários, menos horas de serviços por dia e menos dias de serviço.
Utilizando estes dados e aplicando a regra de três composta temos:

$$\frac{3}{x} = \frac{10 \cdot 2}{8 \cdot 5} \Rightarrow x = 6$$

Logo, precisará contratar 3 técnicos a mais.

06. C
Seja x e y os filhos. Pela regra das proporções temos:

$$\frac{x}{10} = \frac{y}{15} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2y$$

Sabendo que juntos receberão 800 reais:

$$\begin{cases} 3x = 2y \\ x + y = 800 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2y\text{ (I)} \\ x = 800 - y\text{ (II)} \end{cases}$$

Substituindo (II) em (I):

$3 \cdot (800 - y) = 2y$

$2400 - 3y = 2y$

$y = 480$

Logo,

$x + y = 800$

$x - 480 = 800$

$x = 320$

07. A

Calculando:

$\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x = 3y$

mas, x + y = 1

Logo:

$x + \frac{2}{3}x = 1 \Rightarrow \frac{5}{3}x = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$

08. E

Considerando que x é o valor que receberá o filho mais novo e y o valor que receberá o filho mais velhos, temos:

$\frac{360}{8+10+12} = \frac{x}{8} = \frac{y}{12} \Rightarrow 12 = \frac{x}{8} = \frac{y}{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 96$ e $y = 144$.

Logo, y − x = 144 − 96 = 48.

09. E

Considerando que x é a quantia que Rafael receberá; 4320 − x é a quantia que João receberá e que estes valores são diretamente proporcionais aos valores investidos por cada um deles. Podemos escrever que:

$\frac{x}{8000} = \frac{4320 - x}{12000} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{4320 - x}{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow 12x = 34560 - 8x \Rightarrow 20x = 34560 \Rightarrow x = 1728$

Portanto, Rafael receberá R$ 1.728,00.

10. C

Realizar cálculos diretamente e inversamente proporcional ao mesmo tempo nada mais é que realizar um cálculo diretamente proporcional em relação a parte inversamente proporcional, ou seja:

$\frac{220000}{2} + \frac{210000}{3} + \frac{180000}{3} = \frac{660000}{6} + \frac{420000}{6} + \frac{360000}{6} =$

$= 110000 + 70000 + 60000 = 240000$

Dividindo o bônus pela soma descrita, para encontrar a proporção temos:

$\frac{6000}{24000} = \frac{1}{40}$

Calculando as proporções:

$\text{Karla} = \frac{1}{40} \times 110000 = 2750$

$\text{Luisa} = \frac{1}{40} \times 70000 = 1750$

$\text{Raquel} = \frac{1}{40} \times 60000 = 1500$

AULA 20

01. C

A única alternativa correta é a [C]. Se cinco pessoas leram o livro A e quatro pessoas distintas leram o livro B, há um total de 9 pessoas, sendo possível que ao menos uma pessoa não tenha lido nenhum dos livros.

02. B

Calculando:

aumento ⇒ 1000 · 1,1 = 1100,00

reajuste ⇒ 1100 · 1,05 = 1155,00

03. C

Seja n = 7k, com k inteiro positivo, o número de degraus da escada. Desse modo, estando n compreendido entre 40 e 100, temos $6 \leq k \leq 14$. Por outro lado, segue que $7k + 1 = 2(p + 1) = 3q(q + 1)$, com p, q inteiros positivos. Em consequência, sendo 2 e 3 primos entre si, podemos concluir que 7k + 1 é um múltiplo de 6 e, portanto, só pode ser k = 11.

04. D

Sabendo que os remédios devem ser tomados em intervalos de 1,5 h e 2,5 h respectivamente, para que ambos sejam tomados novamente no mesmo horário é preciso encontrar um intervalo de tempo (ente 0 e 24 horas) que seja divisível por 1,5 e 2,5 simultaneamente. O primeiro número inteiro que é divisível simultaneamente por 1,5 e 2,5 é o número 15. Assim, iniciando o tratamento às 6h, após 15 horas de intervalo os remédios serão novamente tomados juntos. Ou seja, os dois remédios serão tomados juntos novamente às:

21h (6h + ∆15h = 21h).

O problema pode ainda ser resolvido elaborando-se uma tabela:

Remédio 1 (a cada 1,5h)	Remédio 2 (a cada 2,5h)
6h	6h
7h30	8h30
9h	11h
10h30	13h30
12h	16h
13h30	18h30
15h	21h
16h30	
18h	
19:30	
21h	

05. C

O número mínimo de escolas beneficiadas ocorre quando cada escola recebe o maior número possível de ingressos. Logo, sendo o número máximo de ingressos igual ao máximo divisor comum de $400 = 2^4 \cdot 5^2$ e $320 = 2^6 \cdot 5$, temos $\text{mdc}(400, 320) = 2^4 \cdot 5 = 80$.

Portanto, como 400 = 5 · 80 e 320 = 4 · 80, segue que a resposta é 5 + 4 = 9.

06. B

Dividindo 60 L por 15 L, obtemos que o número de descargas por dia é 4.

Com a bacia ecológica, serão gastos 4.6 = 24 L de água por dia, portanto uma economia de 60 – 24 = 36 L por dia.

07. D

As x máquinas devem fazer em 2 dias o trabalho que faltou ser feito pelas 4 máquinas quebradas em 3 dias. Fazendo uma regra de três com grandezas inversamente proporcionais, tem-se:

4 máquinas ——— 3 dias

x ——— 2 dias

$$x = \frac{4 \cdot 3}{2} \Rightarrow x = 6 \text{ máquinas}$$

08. E

Considerando que (A, B, C) é inversamente proporcional a (5, 4, 2), podemos escrever:

$$A \cdot 5 = B \cdot 4 = C \cdot 2 = k \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{k}{5} \\ b = \dfrac{k}{4} \\ c = \dfrac{k}{2} \end{cases}$$

Portanto:

$$\frac{k}{5} + \frac{k}{4} + \frac{k}{2} = 1140 \Rightarrow 4k + 5k + 10k = 22800 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19k = 22800 \Rightarrow k = 1200$$

Logo, A = R$ 240,00, B = R$ 300,00 e C = R$ 600,00

A opção correta é a [E].

09. B

Calculando:

$$\text{taxa} = \frac{780000\ m^3}{300 \text{ dias}} = 2600\ m^3/\text{dia}$$

10. C

Massa de cada prato:

$$300\,g + 150\,g = 450\,g = 0{,}450\,kg$$

Número de pratos vendidos:

$$\frac{1{,}35 \cdot 1000kg}{0{,}450kg} = 3000$$

Valor arrecadado:

$3000 \cdot 20 = 60000$

Portanto, foram arrecadados R$ 60.000,00.